
ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИР

Talking About Relativity

by

J. L. SYNGE



1970

NORTH-HOLLAND PUBLISHING COMPANY

AMSTERDAM • LONDON

Дж. Синг

БЕСЕДЫ
О
ТЕОРИИ
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Перевод с английского
канд. физ.-мат. наук
В. И. РЫДНИКА

Издательство
«МИР»
МОСКВА
1973

УДК 530.12 (023)

Дж. Синг широко известен как выдающийся математик, механик, специалист по теории относительности. Настоящая книга — его первый и весьма удачный опыт в области популяризации. Автор поставил перед собой нелегкую задачу: на полутораста страницах небольшого формата познакомить читателя не только со специальной, но и с общей теорией относительности, причем сначала с общей — подход, сам по себе необычный! При этом Дж. Синг в минимальной степени использует математический аппарат. Читая книгу, почти беллетристическую по форме, но строгую по содержанию, невозможно остаться пассивным или равнодушным: Синг, опытный и талантливый рассказчик, наделенный к тому же большим чувством юмора, все время будоражит воображение резкими поворотами мысли, парадоксами и доказательствами «от абсурда», «встряхивает» внимание неожиданными переходами из мира реального в мир модельный и обратно.

Книга найдет широкую аудиторию прежде всего среди молодежи (студентов, школьников старших классов), но ее с интересом прочтут и сложившиеся специалисты: физики, математики, философы, инженеры.

Редакция литературы по физике

С $\frac{0232\text{-}064}{041(01)\text{-}73}$

Предисловие переводчика

Историки-библиографы, анализируя число научно-популярных книг, посвященных теории относительности, могли бы отметить два пика. Один из них приходится на двадцатые, другой — на шестидесятые годы нашего столетия. Оба эти пика «спровоцированы» астрофизическими открытиями. Первый — открытием отклонения световых лучей от прямолинейности при прохождении вблизи массивного притягивающего тела — Солнца, второй — недавними открытиями космических объектов с выделением огромного количества энергии — ядер галактик, квазаров, пульсаров — и обнаружением реликтового космического излучения. Эти явления для своего теоретического анализа потребовали активного привлечения теории относительности.

Книги двадцатых годов в основном были посвящены представлениям специальной теории относительности, книги шестидесятых годов все чаще и смелее излагают основные представления значительно более трудной для понимания общей теории относительности. Прелесть новизны и необычности, сопровождавшая первое знакомство с парадоксальными представлениями теории относительности, ныне постепенно сменяется удовлетворением от глубины постижения этой теории. Основы ее сегодня вводятся в школьные программы по физике. Как учить этим основам? Важную роль здесь должны сыграть и научно-популярные книги, в особенности написанные видными учеными. К их числу относится и автор настоящей книги, известный физик, специалист в области общей теории относительности.

Книги, посвященные теории относительности, многообразны, среди них есть и физические, и математические, и философские, и книги, в которых все эти аспекты теории слиты воедино. Книгу Синга пожалуй, можно отнести к последнему типу. Это книга о концепциях, об основных

понятиях общей и специальной теории относительности. Автор уделяет много внимания вопросу о том, как вырабатываются понятия, как они взаимосвязаны с бытующими представлениями, принадлежащими «здравому смыслу».

Многие страницы книги оправдывают мнение автора о том, что она в определенной мере может быть отнесена к разделу «Философия науки». Автор по всей книге последовательно проводит материалистический тезис о существовании двух миров — действительного мира (Д-мира по терминологии автора) и отражающих его миров представлений, модельных миров (М-миров). Синг все время правильно подчеркивает, что М-миры — это лишь более или менее верные копии Д-мира. «Человек не может охватить — отразить — природы всей, полностью, ее «непосредственной цельности», он может лишь вечно приближаться к этому, создавая абстракции, понятия, законы, научную картину мира и т. д., и т. п.»,— писал В. И. Ленин в «Философских тетрадях» *.

Книга построена чрезвычайно своеобразно. Автор избрал трудный путь повествования, вводя читателя в мир основных представлений сначала общей, а затем уже специальной теории относительности. Подъем на гору общей теории относительности, с тензорами и уравнениями поля, из долины простейших математических понятий алгебры и геометрии выглядит довольно крутым. Но на этом подъеме автор устраивает и привалы, где он неспешно рассказывает о мировых линиях, об относительности понятия одновременности. Это веселые привалы, здесь Синг дает волю своему юмору и таланту педагога и собеседника. Его «Беседы» не грешат снобизмом специалиста-профессионала и дышат молодостью и энергией, так что трудно даже поверить, что автору этих страниц уже семьдесят пять лет.

Предлагаемая книга оригинальна и по построению, и по форме изложения основных представлений теории относительности. Написана она легко и живо. Я думаю, что ее с удовольствием прочтут многочисленные любители науки.

В. И. Рыдник

---

* *В. И. Ленин*, Полн. собр. соч., т. 29, стр. 164.

ДЕНИСУ ДЖОНСТОНУ,
ПИСАТЕЛЮ И ДРАМАТУРГУ,
КОТОРЫЙ ХОТЕЛ УВИДЕТЬ
НЕЧТО ПОДОБНОЕ ЭТОЙ
КНИГЕ

Предисловие автора

Время от времени молодые люди присылают мне — с целью узнать мое мнение — свои работы, отлично оформленные, но... без названия. Это меня поражает: заголовок является для меня стрелкой компаса, полностью определяющей направление следования. Разумеется, поразмыслив, я могу изменить название, но опасаюсь, как бы это не привело к раздвоению моей личности: нельзя одновременно быть слугою двух господ.

Содержание предлагаемой читателю книги — это напиток, выбродивший из плодов тех размышлений, которым я предавался последние пятьдесят лет. Обильные дозы его пришлось поглотить слушателям моих лекций в нескольких университетах и всем читателям тех специальных книг, которые я написал о теории относительности. Некоторые разделы этой книги можно отыскать в лекциях, которые я читал несколько лет назад в Кентуккийском университете и в Университетском колледже в Дублине. Всем, кто слушал мои лекции или по крайней мере прочел хоть что-либо из написанного мною, я приношу глубокую и искреннюю благодарность.

Эта книга может попасть в руки читателя, который никогда в жизни не слушал университетских лекций или докладов, представленных на научные конференции. Мне довелось слушать и те и другие, и каждый раз я был слегка ошеломлен, преисполнен восхищения эрудицией докладчиков и сожаления, что понимал столь мало из того, что они говорили. Врожденная скромность говорила мне, что причину этой неудовлетворенности я должен искать в себе самом и что мне некого винить, раз уж все слова сказаны и формулы написаны. Но скромность может завести слишком далеко.

Решающим для меня стал момент, когда я услышал шутливую фразу, сказанную Шредингером после лекции

его коллеге: «Знаете, я не понял ни слова из того, что вы говорили». Это дало мне хороший повод после лекции Шредингера признаться самому себе (но не Шредингеру!), что я тоже не понял ни единого слова из его лекции. Другим поворотным для меня событием оказалось чтение книги Ф. Д. Оммэнни *, содержащей такое великолепное описание научных конференций, лучше которого трудно что-нибудь найти.

Я начал это предисловие с разговора о заголовках и их важности. Я хочу вновь вернуться к этому вопросу, но прежде я должен исправить то впечатление разочарования, которое могло возникнуть при чтении предыдущего абзаца. Научное общение может оказаться затруднительным, но оно все же существует. Более того, без такого общения не может быть самой науки. И оно действительно существует, причем нет большей радости, когда оно действует успешно, и большего огорчения, когда оно не получается. В основном, однако, оно идет вовсе не по тем каналам, которые формально для него предназначены, или по крайней мере идет далеко не с той интенсивностью, как склонны думать многие. И если среди полувразумительных требований современного поколения бунтующих студентов раздается призыв «расчистить» каналы общения с преподавателями, то я, по крайней мере в принципе, поддерживаю его.

Но ох как нелегка эта задача общения! Пожалуй, я не ошибусь, с самого начала заговорив о ней. Общение часто порождает атмосферу непонимания. Человеческий ум — необузданное и капризное создание, не приученное к самодисциплине. Я придерживаюсь мнения, что, вообще говоря, человек стремится понять то, что в данный момент непонятно ему, и что люди, которым кажется, что они пришли к такому пониманию, обычно хотят передать его тем, кто в нем нуждается. Проблема и состоит в том, как это сделать. Никто, разумеется, не собирается бросать тень на те сложные системы образования, которые существуют во всех цивилизованных странах. Существование таких систем в высшей степени оправданно, но есть и дополнительные

* *F. D. Ommanney*, The River Bank, Longmans, London, 1966 (в особенности стр. 216—220).

факторы (экономические, политические, национальные и т. д.), которые стремятся затушевать ту простую истину, что религией современного человека должно быть не знание ради материального благополучия или престижа (национального или личного), а знание как одно лишь по возможности более полное и глубокое понимание.

Во всяком случае для меня монолог — устный или письменный — имеет небольшое значение как средство передачи мыслей. Важнее диалог, а простейшая его форма — это беседа между двумя людьми, ну, может быть, тремя или четырьмя, но уж никак не разговор с большой аудиторией. В крайнем случае можно толковать с самим собой или пытаться мысленно вызвать на разговор автора, держа перед собой открытой его книгу. Именно на таких путях, а не вдоль формальных дорог общения, вызревает действительное понимание проблем. Я выбрал название этой книги еще до того, как написал в ней хотя бы единое слово. Этим я пытался выразить свой протест против густой тени, скрывавшей жизнь науки в течение сотен лет,— мрака авторитетов, научного педантизма, давления всей той громогласной чепухи (изрекаемой лекторами), которой аплодируют потому, что принято хлопать — вежливые аплодисменты, похожие, как говорит Оммэнни, на «короткую дробь дождевых капель по крыше».

Поэтому я назвал свою книгу «Беседы о теории относительности», и каждое слово в этом названии выбрал совсем не случайно. «Относительность» — вполне ясное и вместе с тем отвратительное слово; увы, но мы не имеем замены ему. «Беседы» — здесь я пытался все время видеть перед собою вас, моего собеседника, постоянно готового возмутиться любой глупостью, которую я изреку, или уснуть при первом скучном разъяснении. Что же касается союза «о» — он означает то, чтó означает, а именно что никакую вещь никогда нельзя растолковать до самого конца. Теперь, когда моя книга написана и я перечитываю ее, я вижу, где она отвечает моему замыслу, а где изложение страдает догматизмом и педантичностью. Однако быть судьей своей собственной книги я не могу. Законченная книга представляет для ее автора не больше интереса, чем мертвая рыба для выловившего ее рыбака. Должно пройти какое-то время, и тогда, если книга попадется на глаза автору, уже

забывшему, о чем в ней идет речь, от него можно ожидать какой-то реакции. Книга может тогда вызвать у автора либо величайшее отвращение, либо свифтовское восклицание: «О, каким гением я был, когда писал ее!» Только время покажет.

В этой книге речь идет о понятиях, но даже сегодня, когда она закончена, я не знаю, что означает само слово «понятие» *. Я придумал несколько терминов, которые могут оказаться полезными в этой связи. Я провожу четкое различие между реальным, действительным миром *(Д-миром)* и несколькими модельными мирами *(М-мирами)*, созданными человеческим умом. Следовало бы воздать хвалу тому, кто додумался до различения этих миров. Кроме того, я предлагаю обозначать термином *синдром Пигмалиона* такое психическое заболевание, при котором утрачивается четкое различие между Д-миром и М-мирами. Меня могут обвинить в засорении физики произвольной терминологией, однако для общения друг с другом нам нужны слова, и в данной ситуации некоторые из подобных терминов кажутся мне совершенно необходимыми. С той поры как я придумал термин «синдром Пигмалиона», я «просвечиваю» на этот предмет всех моих знакомых физиков-теоретиков и убеждаюсь в том, что эта болезнь чрезвычайно широко распространена.

Любая библиотека, которая приобретет эту книгу, столкнется с вопросом, к какому разделу отнести ее. Я бы предложил — к «Физике». Правда, в книге не так уж много физики, но зато эта физика в высшей степени фундаментальная. Хотя книга ни в коей мере не может служить в качестве учебника, внесение ее в этот раздел имеет достаточно веское основание: она оставляет широкий простор для дальнейшего изучения предмета и вместе с тем в ней ничего не надо заучивать. Если библиотека сможет приобрести второй экземпляр этой книги, то его следовало бы поставить на полку под рубрикой «Философия». Этим словом обозначается научная дисциплина, одно время почти

* Автор использует несколько неопределенный термин «концепция» (conception), который мы в зависимости от контекста переводили либо как «представление» (чувственно-наглядный образ предмета или явления), либо как «понятие» (суждение, мысль, раскрывающие сущность предметов или явлений).— *Прим. перев.*

полностью совпадавшая с физикой, а сейчас, к сожалению, разошедшаяся с ней. Для третьего экземпляра книги наилучшим помещением оказался бы раздел «Философия науки». Я высоко ценю то, что Шредингер в своей последней книге * назвал меня «очень занятным собеседником», но все же не думаю, что книгу можно было бы еще куда-нибудь поставить по этому признаку.

Отставляя шутки в сторону, я все же хотел, чтобы вы поняли, что я встретился с задачей исключительной сложности — задачей общения. Университетский лектор имеет возможность узнать свою аудиторию, и если он неглуп и доброжелателен, то выберет такую манеру чтения, которая будет не слишком легкой для лучших и не слишком трудной для худших студентов, иными словами, некую золотую середину. Лектор, которого приглашают прочитать одну или две лекции перед незнакомой аудиторией, находится в гораздо худшем положении. На любой заданный им вопрос о том, в какой степени воспринято то, что он прочитал, он по соображениям местного тщеславия всегда получит чрезмерно утешительный ответ. Автор книги пребывает, однако, в наихудшем из возможных положений, поскольку он может делать только самые фантастические предположения о том приеме, который встретит его книга. То, что понятно одному ее читателю, останется совершенно темным для другого. То, что драматично для одного, другому покажется тривиальным. Эта мысль кому-то кажется интересной, а кому-то глупой, и так далее и тому подобное. По этой причине я перепробовал в своей книге разные способы изложения в надежде на то, что каждый из вас найдет в ней что-то приемлемое для себя.

---

* *E. Schrödinger*, My View of the World, Cambridge University Press, 1964.

1

ГЛАВА

Беседа о понятиях

Цель этой книги — изложить основные понятия теории относительности в форме, доступной широким кругам читателей, которые желают узнать побольше о предмете, окутанном таинственностью для всех, кроме небольшой группки специалистов-профессионалов. Возможно, что эти специалисты не вполне одобрят мою идею, поскольку понятия являются довольно деликатной вещью, но я все же полагаю, что теория относительности в том виде, как я ее здесь изложу, не слишком разойдется с тем, как ее принято воспринимать у профессионалов.

Эта книга, однако, написана не для них. Я адресую ее тем, кто никогда не получал каких-либо сведений о теории относительности в связном виде, а также тем физикам и ученым других специальностей, кто кое-что слышал об этой теории или имел случай использовать какие-либо ее формулы, но не имеет ни малейшего представления о том, что стоит за этими формулами.

Моя задача, будучи задачей общения, фантастически трудна. Я не хочу предаваться унынию, но не хочу и излучать дух оптимизма. Прежде всего встает вопрос о знании математики. Какой уровень знакомства с математикой я должен предполагать у читателя? Если я приму его чрезмерно высоким, то читатель заскучает и будет разочарован, и главная цель моей книги не будет достигнута. Если же я впаду в другую крайность и попытаюсь вообще обойтись без математики, ограничившись лишь общими рассуждениями, то результатом такого подхода явятся и вовсе нежелательные смутные представления в голове читателя. Поэтому я вынужден принять компромиссное решение: сделать абсолютно необоснованное предположение о том уровне знания математики, на котором находится некий средний читатель, повторить для него, возможно, позабытые

им разделы математики и лишь затем перейти к основной теме книги.

Когда читают лекции по математике, обычно пишут формулы на доске и сопровождают их комментарием, с помощью которого математические символы переводят в слова. Учитель пишет x^2 и говорит: «Икс квадрат». Он мог бы обойтись и без доски и ограничиться одними словесными рассуждениями, если бы не ограниченность наших умственных способностей. Нам легче сосредоточиться на вещах, которые изображаются в зримом, конкретном виде. Все же следует подчеркнуть, что математические обозначения — это не более чем просто очень эффективный способ краткой записи того, что можно было бы записать и длинными словами.

Таким образом, чтобы иметь дело с математикой, мы должны усвоить способы этой краткой записи. Этого, однако, мало. Используем мы математические обозначения или устные рассуждения, мы почти все время имеем дело с математическими понятиями, кроме разве что тех моментов, когда механически производим вычисления. Вы можете спросить меня, что же такое понятие. На этот вопрос трудно ответить. Я могу дать определение лишь с помощью других слов, которые в свою очередь потребуют определения, и так до бесконечности. Лучше всего поэтому читать книгу дальше, и тогда вы, возможно, увидите, чтó я понимаю под словом «понятие».

Проще начать с примеров, взятых из обыденной жизни, памятуя, что в сущности наш вопрос — это вопрос общения между людьми. Если я скажу вам: «Сядьте, пожалуйста, на стул»,— вы можете выполнить или нет мою просьбу, но в любом случае вы знаете, чтó я подразумеваю под словом «стул». Иными словами, в вашей голове существует представление о стуле. Когда вы только что появились на свет, этого представления у вас еще не было. Оно появляется у вас в результате жизненного опыта и служит, в частности, целям общения с другими людьми, если они тоже имеют такое представление.

При этом вовсе не требуется, чтобы представление было для вас совершенно понятным. Нет никакой необходимости в том, чтобы вы умели отличить стул от очень похожей на него табуретки. И в самом деле, представления всегда

несколько расплывчаты, и одно из основных различий между наукой и повседневной жизнью состоит в том, что научные определения более точны. Совершенно четкие определения дает только такая наука, как математика, и, возможно, это «надчеловеческое» свойство математики и отпугивает от нее многих людей.

Вы могли бы сказать, что вопрос состоит просто в понимании того, что́ обозначается словами. Однако, по моему мнению, говорить так — значит ставить телегу впереди лошади: представление «лежит» глубже, чем слово (или слова), которым мы его обозначаем. У ребенка представление о стуле складывается еще до того, как он узнает само слово «стул» (это слово звучит по-разному на разных языках, тогда как представление для всех по существу одинаково). Философы спорят о смысле, который вкладывается в понятия, но я не хочу влезать в эти дебри и предпочитаю говорить, используя общепринятые определения. При желании вы можете раскрыть толковый словарь и найти в нем все понятные и непонятные вам слова. Иначе говоря, понятным словам в вашей голове соответствуют определенные представления и понятия, а чтобы узнать, что стоит за непонятными словами, вы обращаетесь к словарю. В последнем случае все непонятные слова приходится разделить на две группы. Слова первой группы получают в словаре объяснение с помощью таких слов, которые вызывают в вашей голове уже известные вам представления. Ко второй группе относятся слова, которые и после чтения толкового словаря остаются для вас столь же темными. Как правило, ознакомление со словарем не увеличивает запаса ваших представлений — вы просто узнаете больше слов, с помощью которых можете говорить об уже имеющихся у вас представлениях.

Однако время от времени в вашей голове создаются новые представления и понятия. Этот процесс идет наиболее активно в годы детства, но не прекращается в течение всей жизни. Свой вклад в него предназначена внести и эта книга. Я выбрал для нее такое название потому, что убежден в том, что понятие — это не такая вещь, которую можно схватить и усвоить мгновенно, кавалерийским наскоком. Понятия приходят к нам окольным путем бесед о вещах куда более легко, чем при попытках внедрить их силой.

Мозг может отказаться работать, когда его заставляют что-либо понять, и эту процедуру легче осуществлять, когда он находится в спокойном, отдохнувшем состоянии. Я понимаю, что совет расслабиться может оказаться бесполезным; мне, например, никогда не удавалось совладать с бессонницей, приказывая себе расслабиться, и поэтому я воздержусь от такого совета. Все же я полагаю, что, говоря об усвоении понятий, уместно привести следующие строки Клафа *:

Восходит солнце, кажется, так медленно,
Но — глянь на запад — там уже светло.

Как я уже говорил, я считаю, что сущность представлений лежит много глубже сущности самих слов, и на самом деле люди «думают руками», т. е. представления возникают в их головах, не обязательно требуя слов для своего описания. Однако я должен пользоваться словами, вкладывая в них тот смысл, который они имеют, и при этом быть чрезвычайно осторожным. Вводя новые для вас понятия, я должен использовать только те слова, которые возбуждают в вашей голове уже имеющиеся там представления. Но для этого я должен отбирать имеющиеся в моем распоряжении слова предельно тщательно. Из всех языков английский дает наибольшие возможности для такого выбора. Вместе с тем, используя неудачные слова, я рискую отбить у вас интерес к книге, сделать ее скучной. Другие же слова могут возбудить у вас интерес совсем не к тому, что нужно, и тем самым отвлечь ваше внимание там, где оно так необходимо. Я стремился в своем изложении придерживаться золотой середины.

Говоря о словах, что можно сказать о таком их сочетании, как «теория относительности»? Мне думается, что это сочетание обладает большой притягательной силой. Возьмем слово «теория». Это — величественное слово, однако подразумевает оно только некие соображения, а вовсе не факты и потому ничего не говорит нам о том, правильны они или нет. Что касается слова «относительность», то в нем заключена некая загадка насчет того, что́ относительно по

---

* Хью Артур Клаф (Clough) (1819—1859) — английский поэт.— *Прим. перев.*

отношению к чему. Я часто ловил себя на мысли, что, будь я на месте Эйнштейна, я выбрал бы какое-нибудь другое название. Но теория эта уже существует (в том смысле, на котором я остановлюсь несколько позже), и иногда действительно оказывается трудным сказать, что́ по отношению к чему относительно. Однако это название сегодня столь широко распространено, что было бы педантизмом придумывать новое, и, подавив свое недовольство, я присоединяюсь к остальным.

Возвращаясь к вопросу о понятиях, отметим, что их, возможно, трудно усвоить, но еще труднее избавиться от них. Может показаться, что чем больше имеешь понятий, тем лучше, однако это не всегда так. Два понятия могут враждовать друг с другом не на жизнь, а на смерть и довести бедный мозг, в котором они гнездятся, до помешательства. Так может случиться, если вы попытаетесь ввести в свою голову понятия теории относительности, не очистив ее предварительно от понятий ньютоновской механики. Однако полностью очиститься от них почти невозможно: все мы выросли в кругу классических понятий пространства и времени, они и по сей день разделяются подавляющим большинством ученого мира.

Обучение подобным вещам обычно производится по следующей схеме. Начинают с изучения евклидовой геометрии и ньютоновской механики, что позволяет осознать классические понятия (Ньютон лишь сформулировал их более четко), которые существуют в головах людей уже в течение весьма длительного времени. Затем уже можно начинать изучение специальной теории относительности, рассматривая ее понятия как видоизменения, уточнения классических понятий. Конечным этапом оказывается изучение общей теории относительности, которая считается обобщением специальной теории. Такое построение курса следует исторической последовательности развития физики и вызвано многими причинами. По-видимому, именно таким путем шло образование всех специалистов в этой области — мое, во всяком случае. Однако я в свое время немало страдал от изрядной путаницы понятий в собственной голове. Поскольку смена понятий происходила постепенно, то не было того четко определенного момента, когда я полностью сбросил старую «кожу» и облачился в новую. В результате

мне потребовалось много лет, чтобы осознать понятия, которые принесла с собою теория относительности.

В те дни, когда теории относительности еще предстояло завоевать авторитет в недоверчивом мире, было естественным для придания ей респектабельности растолковывать ее с помощью бытовавших понятий в той мере, в какой это вообще было возможно. А это как раз и приводило к смешению понятий. Те времена, однако, давно уже прошли, и сегодня можно отыскать другой подход к задаче внедрения понятий теории относительности. Мне кажется, этот подход напоминает скорее не постепенное отнятие ребенка от материнской груди, а резкий отрыв. При таком подходе я вырываю читателя из привычных объятий классической механики и сразу бросаю его в море самых общих вопросов теории относительности. Иными словами, я начинаю с изложения общей теории относительности и лишь затем обращаюсь к специальной теории.

Но я хочу быть справедливым. Даже если я полагаю, что Ньютон ошибается, а Эйнштейн прав, я должен каким-либо образом разъяснить, что́ я понимаю под словами «ошибается» и «прав». По этой причине я и придумал термин «Д-мир» для обозначения *действительного*, реального мира — того самого невероятно сложного мира, в котором все мы живем, движемся и совершаем поступки. В противоположность ему мы вводим различные «М-миры», где буква «М» означает сокращение слов *модельный* или *математический*. Какое из этих двух слов мы используем, не очень существенно, поскольку на практике нельзя описать модельный мир, не прибегая к математике.

Допустим, что для описания моделей Ньютона и Эйнштейна мы используем соответственно M_1-мир и M_2-мир. Ни один из этих миров не является *истинным* в том смысле, что оба они не служат точными изображениями Д-мира. Никакой М-мир не может точно соответствовать реальному миру. Однако оба названных мира хорошо отображают некоторые свойства Д-мира, оставляя в стороне множество других свойств и явлений, с которыми они неспособны иметь дело. Из этих двух миров ньютоновский M_1-мир более универсален, он может вместить великое разнообразие проблем техники, физики и астрономии и решает эти проблемы с достаточно высокой точностью. Эйнштей-

новский же M_2-мир приносит с собой сложную математику, и поэтому с ним труднее иметь дело. Однако там, где оба эти М-мира перекрываются — от них ведь требуется, чтобы они предсказывали события, происходящие в Д-мире,— по-видимому, принято считать, что M_2-мир дает лучшее описание, чем M_1-мир. Сделать такое заключение в каждом конкретном случае бывает тем не менее затруднительно, поскольку, несмотря на большое различие основных понятий, предсказания обеих теорий часто столь близки друг к другу, что невозможно решить, какое из этих предсказаний вернее.

Я ввожу понятия о Д-мире и М-мирах затем, чтобы избежать путаницы в головах. Правда, такую путаницу не всегда следует считать несчастьем. Физику более отрадно чувствовать, что он познает реальное положение вещей в Д-мире, нежели доставлять себе чисто интеллектуальное удовольствие, упражняясь в построении М-миров. В самом деле, когда он советует, как сконструировать прибор, то по существу он говорит о том, что надо делать в Д-мире. (Приборы в М-мире представляют идеализированную вещь.) Таким образом, физики-теоретики весьма расположены к тому, чтобы сделать свои М-миры как можно более близкими к Д-миру, и в общем это совсем не плохо. Плохо лишь поступать так, не отдавая себе в этом отчета. Такое смешение миров может повести ко многим недоразумениям, и хорошо бы придумать название для ошибок подобного рода. Я буду называть их *синдромом Пигмалиона* по имени скульптора, изваявшего статую с таким потрясающим реализмом, что она сошла с постамента и зажила настоящей жизнью. Иными словами, этот синдром означает, что М-мир превратился в Д-мир в мозгу излишне вдохновленного физика.

Тут мне следует остановиться и спросить, все ли вы еще следуете за мной. Связь с читателем так легко потерять! Наверное, будет лучше еще побеседовать о понятиях Д-мира и М-миров для более полного их усвоения.

Если мне приснился мужчина в высокой белой шляпе, я могу после пробуждения рассказать о своем сне моей жене, но никто из нас не подумает, что этот человек ночью присутствовал в нашей спальне. Он не является частью Д-мира, он лишь сновидение. Я полагаю, что сновидение

является результатом электрохимической активности моего мозга, а мозг и все, что происходит в нем, составляют часть Д-мира. Мужчины в высоких белых шляпах могут существовать и, вероятно, на самом деле существуют в Д-мире. Встретив такого человека на улице, мы испытали бы лишь некоторое удивление, вызванное необычностью его туалета.

В Д-мире, как я понимаю, не существует ничего сверхъестественного. Утверждая обратное, мы впали бы во внутреннее противоречие, ибо Д-мир охватывает всю природу.

Все эксперименты ставятся в Д-мире. Они спланированы также в Д-мире в том смысле, что мозг и руки экспериментатора принадлежат Д-миру.

Задачей физики на протяжении всего ее существования было исследование Д-мира, и для этого исследования человек использует два основных инструмента — голову и руки. Голова говорит рукам, что надо делать, а руки в свою очередь связаны обратной связью с головой. Все это, строго говоря, происходит в Д-мире, однако удобно выделять некоторые результаты деятельности мозга и говорить, что они образуют М-мир. Как писал Вордсворт *

И в самом деле он ни с чем не связан —
Мир, созданный одним воображеньем.

Таким образом, хотя любой М-мир представляет собой в сущности часть Д-мира (продукт деятельности мозга), однако удобно считать его отчасти иным, самостоятельным миром, который мы можем сравнивать с Д-миром с помощью экспериментов **.

Хотя термины «Д-мир» и «М-мир» я придумал для этой книги, сама идея далека от оригинальности. Я не знаю, как давно она возникла, но в нашем столетии она стала довольно широко известной. И все же я уверен, что многие люди страдают синдромом Пигмалиона — живут в вымыш-

---

* Вильям Вордсворт (Wordsworth) (1770—1851) — английский поэт.— *Прим. перев.*

** Мир представлений и понятий (М-мир) есть не часть материального мира (Д-мира), но его отражение. Говорить о самостоятельности М-мира можно лишь условно: без существования Д-мира и без сопоставления с ним он не имеет смысла.— *Прим. перев.*

ленном мире,— и я считаю своим долгом встряхнуть их так, чтобы они выпали из этого состояния.

К счастью, я сейчас беседую с людьми, которые в известной мере знакомы с M_1-миром Ньютона, и все, что мне требуется,— это напомнить вам, что в этом мире колеса представляют собой идеальные окружности и наклонные плоскости идеально гладки, а также напомнить, что для решения задач механики вы пользуетесь математикой. Все это составляет содержание M_1-мира. Разумеется, никто не занимался бы разработкой M_1-мира, если бы делаемые с его помощью предсказания совершенно не оправдывались на опыте. Здесь, однако, мы не будем акцентировать внимание на экспериментальной проверке теории, считая это тривиальным обстоятельством. Важно подчеркнуть лишь то, что, когда вы изучали механику Ньютона, даже самые элементарные ее основы, вы «играли» в M_1-мире. Поэтому было бы смешно, если бы вы заявили, что и не подозреваете о существовании М-мира. Разумеется, вы отлично осведомлены о его существовании!

Однако, как я уже говорил, нельзя новые понятия «вбивать» в головы людей. Постигать их следует путем постепенного погружения в сущность вещей. Успокойте свой ум и положитесь на подсознание. Тогда в момент, когда у вас уже смыкаются глаза, в последнюю минуту бодрствования понятие выплывает из подсознания в сознание. И если, проснувшись, вы убедитесь в том, что оно не исчезло и не кажется вам бессмыслицей, то вы можете считать его уже вашим собственным.

2

ГЛАВА

Беседа о геометрии

Геометрия дает нам в руки простейший способ отображения Д-мира в М-мире, но я был бы удивлен, узнав, что вы ни разу не запутались в этом отображении. Я не обладаю достаточной проницательностью, чтобы заглянуть в головы древнегреческих геометров и выяснить, что́ они думали по этому поводу, но, во всяком случае, Евклид сумел запутать этот вопрос на добрых двадцать столетий вперед. Если даже он сам и не страдал синдромом Пигмалиона, то сделал слишком мало для того, чтобы уберечь от него других. Лишь к концу девятнадцатого века Гильберт (и некоторые другие ученые) прояснил ситуацию, разделив геометрию на две — М- и Д-геометрию. Первая из них в свою очередь базируется на другом М-мире — мире чисел (о нем будет рассказано несколько позже), а вторая остается чертежникам, топографам, астрономам и т. д. Однако все эти люди в такой степени поражены синдромом Пигмалиона, что даже сегодня им трудно осознать, что в человеческом мышлении уже давно произошла настоящая революция.

Разъясним все это подробнее. Начнем с того, как вас обучают геометрии. Вам дают лист бумаги, карандаш, линейку и циркуль. Вы рисуете различные фигуры, измеряете длины и углы, и все это явно производится в Д-мире, столь же реальном, как и ваша бумага, ваши инструменты и вы сами. Если вы начертите биссектрисы углов треугольника и обнаружите, что при той точности, с которой вы их провели, все они пересекаются в одной точке,— это будет экспериментальным результатом. Было бы, конечно, опрометчиво основывать свои заключения на одном-единственном эксперименте (может оказаться, что этим свойством обладает только один этот треугольник), но если выясняется, что биссектрисы пересекаются в двадцати нарисованных вами треугольниках, то вы уже можете заключить, что этот экспериментальный результат верен для всех

треугольников. Вы можете также повторить опыт, отточив карандаш до такой остроты, что проведенные им линии станут очень тонкими, вы можете вместо проведенных по линейке прямых использовать световые лучи, но всегда окажется, что биссектрисы пересекаются в одной точке.

К вашему заключению нельзя придраться, но в действительности оно пока не имеет никакого обоснования. Вы просто сообщаете другим, что́ вы увидели в Д-мире. Причина тому, что́ вы увидели, станет известной только позже, когда вы построите М-мир из точек, прямых линий и окружностей, представления о которых получаются в результате некоего предельного перехода от тех изображений, которые вы рисовали на бумаге. Так, точка в Д-мире (Д-точка) есть пятно от карандаша на бумаге; соответственно точка в М-мире (М-точка) получается, если мы забудем о размерах и форме Д-точки и сосредоточим свое внимание лишь на ее положении. Аналогично выводятся понятия М-прямых и М-окружностей из Д-прямых и Д-окружностей: для этого нужно принять лишь, что последние утратили свою толщину. К сожалению, не всегда используются разные названия для разных вещей, так что, если вам встретятся слова «точка», «прямая» или «окружность», вы сможете только из контекста узнать, являются они объектами Д-мира или М-мира. И в самом деле, язык геометрии кажется созданным для того, чтобы вновь и вновь возрождать в нас синдром Пигмалиона! Каламбуры хороши, но в подобных обстоятельствах они могут вызвать лишь головную боль.

Геометрический М-мир состоит не только из представлений о точке, прямой, окружности и других подобных объектах. В этом мире приняты также некоторые правила обращения с ними, именуемые аксиомами или постулатами. Я должен подчеркнуть, что это — «правила игры», а не какие-то самоочевидные истины; они имеют скорее характер указаний, вроде: «Держись левой стороны» или «Не плюй на тротуар», нежели такого утверждения, как «*A* — либо то же самое, что и *B*, либо отличается от *B*». Как бы ни называть и как бы ни рассматривать их, но «правила игры» весьма важны. Без них М-геометрия станет эфирным созданием, поскольку ни с одним из ее понятий ничего нельзя будет сделать и ни к чему их нельзя будет привязать. Вы

можете вырезать ножницами из бумаги Д-треугольник и наклеить его на стенку, но бессмысленно говорить о каких-либо подобных манипуляциях с М-треугольником раньше, чем вы определите, что такое М-бумага, М-ножницы, М-клей и М-стенка *.

До Гильберта синдром Пигмалиона был весьма распространен среди геометров. Они путали оба мира и думали, что если они нечто доказали в М-мире, то тем самым это доказано и для Д-мира. Эту путаницу можно понять, поскольку то, что доказано для М-мира, оказывается на самом деле справедливым и для Д-мира, по крайней мере в рамках той достигнутой точности, с которой проверялись предсказания М-геометрии. Действительно, было доказано, что биссектрисы углов треугольника пересекаются в одной точке, что также в одной точке пересекаются и высоты треугольника, что сумма углов треугольника равна двум прямым углам,— и все это оправдывается в реальном мире. За исключением отдельных скептиков, все были счастливы.

Путаницу и смешение Д-геометрии с М-геометрией ликвидировал не какой-либо решающий эксперимент в Д-мире, который опроверг заключение, предложенное для М-мира. Эта путаница была устранена исключительно интеллектуальным усилием, но сделать это усилие человеку, страдающему синдромом Пигмалиона, необычайно трудно, так как этот синдром подавляет любую попытку отделить эти два мира друг от друга. Поскольку в этой книге я говорю о геометрии не ради нее самой, а в связи с тем, что она, видимо, служит наилучшей иллюстрацией взаимоотношений Д-мира и М-мира, то я не буду подробно останавливаться на истории этого знаменательного разъединения миров. Все же я хочу еще раз сослаться на теорему о сумме углов треугольника, которая, как я уже сказал, утверждает, что эта сумма равна двум прямым углам, причем так и оказалось в действительности. Что касается доказательства этой теоремы, то его можно найти в любом школьном учеб-

* Слова нужны лишь для обозначения представлений и понятий в М-мире. Поэтому огорчаться вместе с Сингом по поводу того, что одни и те же слова обозначают и объекты в Д-мире, и представления о них в М-мире (а это будто бы приводит к путанице), нет никаких оснований.— *Прим. перев.*

нике геометрии, однако легко убедиться в том, что одно из упомянутых «правил игры» равносильно принятию этого результата с самого начала. Синдром Пигмалиона несколько пошатнуло лишь открытие других М-геометрий (неевклидовых), в которых сумма углов треугольника больше или меньше суммы двух прямых углов. Как логические построения эти М-геометрии ничуть не хуже евклидовой М-геометрии, и естественно возникает вопрос, какая из этих геометрий может лучше других представлять Д-геометрию (геометрию реального мира).

Открытие неевклидовых геометрий было благотворным разрушающим ударом по иллюзиям, однако, чтобы полностью ликвидировать синдром Пигмалиона в геометрии, требовалось куда большее время. Я сомневаюсь в том, устранен ли он полностью и по сей день. Математики наверняка освободились от него, в отношении физиков у меня нет такой уверенности, а что касается широкой публики, то тут я полон самых мрачных подозрений. А если вдуматься, то в самом деле странно, почему люди путают Д-геометрию и различные виды М-геометрии — ведь это совершенно разные вещи: Д-геометрия имеет дело с карандашами, бумагой и чертежными инструментами, для ее построений можно использовать и световые лучи, тогда как любая М-геометрия — всего лишь порождение разума.

Присмотримся теперь поближе к Д-геометрии — игре, в которой участвуют карандаш, бумага и т. д. Вообразите, что вы нарисовали геометрический чертеж на листе бумаги, лежащем на столе перед вами. Стол стоит на полу, а пол держится на Земле, которая совершает один оборот вокруг своей оси за сутки и один оборот вокруг Солнца за год. Ваша Д-геометрия есть совокупность результатов, записанных вами в рабочей тетради, эти результаты получены на опыте, а не из каких-либо рассуждений, проведенных в М-мире.

Но, может быть, другой экспериментатор, находясь в других условиях, получит другие результаты? Вы можете попытаться оценить, что́ получится в иных обстоятельствах, наклонив ваш стол. Вы можете перенести свой стол на полюс или на экватор, можете погрузить его в поезд или в самолет, отвезти его в космической ракете на Луну, наконец, можете сделать его поворачивающимся и с

помощью мощного мотора привести его в быстрое вращение. Если бы результаты экспериментов, проведенных в этих различных условиях, не находились в разумном согласии друг с другом, то тогда существовала бы не одна Д-геометрия, а много разных Д-геометрий, зависящих от стечения обстоятельств.

Сейчас мне не хочется рассматривать возможность существования Д-геометрии, высокочувствительной к каким-либо обстоятельствам. Такую геометрию давным-давно бы заметили. Но все же кое-какую зависимость Д-геометрии от обстоятельств следовало бы предполагать. Возьмем на минутку вращающийся столик, допустим, что он крутится чрезвычайно быстро, и изобразим *прямо на его крышке* некую геометрическую фигуру. Если стол вращается слишком быстро, то он разлетится на куски под действием центробежной силы, и тогда нам уже не придется говорить о геометрии в данных условиях. При меньшей, но все еще большой скорости центробежная сила исказит сделанный чертеж, изменив расстояния между отдельными элементами изображения. Чтобы получить неизменяющуюся геометрию, следовало бы сделать рисунок даже не на стали, которая начинает «ползти» при больших механических напряжениях, а на куске абсолютно жесткого материала. Но где взять такой материал? В Д-мире все тела деформируются под нагрузками, одни в большей, а другие в меньшей степени. Сама мысль об абсолютно жестком (абсолютно твердом) теле есть порождение синдрома Пигмалиона, поскольку представление об абсолютной жесткости существует лишь в М-мире Евклида и Ньютона, но вовсе не в Д-мире.

Однако, как мы уже говорили, все представления в Д-мире расплывчаты. Расплывчато представление о Д-точке, что, однако, не помешало Евклиду ввести М-точки в свою М-геометрию. Расплывчато в Д-мире и представление о твердости (например, камень тверд в сравнении с резиной), но и это не помешало Ньютону и Евклиду ввести в свой М-мир представление об абсолютной жесткости. Остановимся на минуту на этом. Конечно, в учебнике геометрии вы скорее всего не найдете слов «абсолютно твердый», использованных в точном их смысле. Но если вы пожелаете перенести расстояние, отмеренное на одной части чертежа,

в другую часть с помощью циркуля, то вам придется неявно принять, что циркуль — это абсолютно твердое тело (если, конечно, расстояние между ножками циркуля зафиксировано винтом). Что касается классической механики Ньютона, то каждый студент после изучения динамики точки переходит к динамике абсолютно твердого, т. е. ни при каких условиях не деформирующегося, тела. С точки зрения инженера или астронома, утрата представления об абсолютно твердом теле была бы крайне печальным событием; действительно, без этого представления решения задач о колесе или планете, вращающихся вокруг своей оси, оказались бы чудовищно сложными.

Я должен заявить со всей серьезностью, что представление об абсолютной жесткости является опасным. При этом я имею в виду, что, если вы попытаетесь автоматически, без раздумий, внести это представление в M_2-мир Эйнштейна, оно начнет враждовать с другими представлениями в этом мире, мы придем к логическим противоречиям, и в результате не получится ничего, кроме недоразумений.

M_1-мир Ньютона и M_2-мир Эйнштейна, как вы узнаете позже более подробно, имеют в своей основе ряд общих представлений. Но оба они вместе с тем и различаются: если бы эти М-миры были одинаковыми, то не было бы повода говорить о теории относительности. Если уподобить физические теории дорогам, то можно увидеть, встав на развилке, что теории Ньютона и Эйнштейна — это две ветви одной дороги. Но они располагаются так близко друг к другу, что подчас трудно отличить одну от другой. Эти дороги отличаются двумя особенностями. Одна из них — это представление об одновременности, или (что выяснилось позднее) об абсолютном времени. Вторая — представление об абсолютной твердости. Если вы желаете идти по дороге, проложенной Ньютоном, то вы принимаете оба названных представления его М-мира; если же вы хотите следовать за Эйнштейном, вам придется отказаться от них. На этом последнем пути вы сможете затем приобрести иные представления, но это уже особая тема.

Если вы отвергаете представление об абсолютной жесткости, то вы автоматически должны отказаться от евклидовой геометрии. Она может попытаться вновь проникнуть

в ваши мысли через заднюю дверь, но все же, выкинув ее в окно, лучше в этом быть непреклонным.

Я чувствую необходимость принести некоторые извинения читателю, следовавшему за мною в этой главе: сначала я окунул его в геометрию, а теперь выплеснул из нее. Но мне казалось, что нет лучшего способа ввести его в дело и растолковать ему противоположность Д-мира и М-мира, и если после этого упомянутые представления стали читателю яснее, то тогда, наверное, я могу взять свои извинения обратно.

3

ГЛАВА

Беседа об алгебре

Я буду использовать слово *алгебра* в его общем значении, понимая под ним не только собственно алгебру, но и все разделы математики, в которых применяются буквенные обозначения для записи чисел или операций над числами. Я хочу сравнить определяемую таким образом алгебру с геометрией, о понимании которой говорилось в предыдущей главе. Я упоминал там, что в головах людей царствует неразбериха до тех пор, пока они не начинают понимать, что Д-геометрия и М-геометрия — это совершенно разные вещи. Затем я предупредил вас, что М-геометрию Евклида нельзя непосредственно переносить в М-мир теории относительности, разве что с максимальными предосторожностями. Теперь пришло время попытаться выяснить, какое место занимает алгебра в этом противостоянии Д- и М-миров.

Алгебра ведет свое происхождение от простейших операций счета, производимых, конечно, в Д-мире. Мы записываем результаты такого счета с помощью обозначений, знакомых даже малым детям: 3 кошки, 4 самолета, 7 шариков и т. д. Мы берем две коробки с шариками, подсчитываем шарики в каждой коробке, а затем подводим общий итог. Результаты мы записываем, например, так:

$$2 \text{ шарика} + 3 \text{ шарика} = 5 \text{ шариков.}$$

Такая запись говорит о том, что мы сначала сосчитали 2 шарика, а затем 3 шарика. Впрочем, мы довольно быстро убеждаемся в том, что порядок, в каком мы считаем шарики, не имеет значения; можно записать и так:

$$3 \text{ шарика} + 2 \text{ шарика} = 5 \text{ шариков.}$$

Для того чтобы записать результат подсчета, мы ввели два полезных знака («+» и «=»); они сокращают запись, но

означают не более чем эквиваленты соответствующих слов или словесных выражений.

Вслед за этим нам вскоре становится ясным, что не играет роли и вид предметов, которые мы пересчитываем; результат при этом остается одним и тем же. И мы, потворствуя своей лености, опускаем названия предметов и пишем:

$$2+3=3+2=5.$$

Мы все еще пребываем в Д-мире или в такой непосредственной близости к нему, что для возвращения в него нам достаточно всего лишь написать наименования предметов после чисел. При этом нужна, однако, известная осторожность, иначе мы можем написать, например, что-нибудь вроде:

2 самолета + 3 женщины = 5 стюардесс.

Ясно, что в любом таком равенстве везде следует использовать одно и то же наименование предметов. Написав его, мы уверенно возвращаемся в Д-мир.

Упомянутая простая предосторожность, однако, не помогает, когда мы обращаемся к умножению. Мы знаем, что $2\times3=6$, но что это означает? Для возвращения в Д-мир мы должны сделать числа именованными, и это можно осуществить по меньшей мере двумя способами. Наше равенство можно истолковывать так, что у вас 2 коробки, в каждой по 3 шарика, так что всего у вас 6 шариков. А можно понимать и так: 2 метра × 3 метра = 6 квадратных метров, имея в виду площадь прямоугольника.

Наши предки уже давным-давно сознавали, что такая ситуация требует создания какого-либо М-мира, населенного числами и определенными знаками, особыми для сложения, вычитания, умножения, деления и равенства («+», «—», «×», «:», «=»), и что жизнь этого М-мира должна управляться определенными законами. Однако процесс этот протекал медленно и зигзагообразно, так что только в девятнадцатом столетии этот М-мир обрел свою «Декларацию независимости». В головах большинства людей все еще сохранился уголок Д-мира, и это — более простительное проявление синдрома Пигмалиона, нежели отождествление геометрий действительного и модельного миров. В своем часто цитируемом изречении математик Кронекер сказал, что бог создал положительные целые числа, а че-

ловек — все остальное; если обойтись без упоминания высшей силы, то можно сказать, что Кронекер относит все положительные целые числа 1, 2, 3, ... к Д-миру, а отрицательные, дробные, иррациональные и прочие — к М-миру. Я бы пошел еще дальше и отнес даже положительные целые числа к М-миру, допуская в крайнем случае, что они находятся на границе Д- и М-миров.

Что касается этого М-мира, то подробное исследование его природы было бы здесь неуместным, тем более что этот вопрос изложен в более удобочитаемой форме моим коллегой, профессором К. Ланцошем, в брошюре под названием «Числа без конца» *. В то же время я должен попытаться оставить хотя бы отпечаток пальца на скале, на которой возведена теоретическая физика, поскольку этот М-мир чисел представляет собой куда более надежное основание для постройки, чем М-мир геометрии, к которому, как я уже говорил, следует относиться с большой осторожностью.

Выработка правильного мировоззрения имеет, конечно, первостепенную важность для человечества (будучи в прямом смысле вопросом жизни и смерти), но я все же полагаю, что подходящим обрамлением для нее является не столько убийственная серьезность, сколько отменная жизнерадостность. Это игра, в которой могут участвовать все, независимо от цвета кожи, вероисповедания, классовой принадлежности или имущественного состояния, для этого нужны лишь перо и бумага, да и их можно отбросить, если голова ваша в полном порядке. Вообразите, что вы получаете приз за каждую интересную и вместе с тем правильную мысль и платите штраф за любую глупость. Основными правилами игры служат законы обычной логики, дополненные некоторыми другими положениями.

Игра начинается с разложенных перед нами положительных целых чисел 1, 2, 3, ... и знаков «+» и «=».

Я предлагаю вам найти число x, такое, что $x+2=5$. Вы отвечаете мне, что $x=3$, и получаете небольшой приз. Затем я предлагаю вам найти x из уравнения $x+2=2$, и вы даете мне правильный ответ, что эта задача не имеет

---

* *C. Lanczos*, Numbers without end, Oliver and Boyd, Edinbourgh, 1968.

решения. Но, хотя ваш ответ и правилен, награды вы не получаете, поскольку он не интересен. Чтобы получить ее, следует проявить побольше беспокойства. Вы должны протестовать и заявить, что, хотя существует бесконечно много целых чисел, вам нужно еще одно такое число, которого раньше не было, а именно 0 (нуль), и тогда ответом будет $x=0$. Вы настаиваете на том, что игра отныне должна вестись уже с числами 0, 1, 2, 3, ... Ну что же, другие участники игры приходят к выводу, что это неплохая мысль, и вы получаете большой приз *.

Сказанное выше во многом повторяется, когда я прошу вас решить уравнение $x+5=2$. Оно опять же в прежних рамках не имеет решения, но решение можно «сделать», т. е. получить в данном случае $x=-3$, расширив нашу систему чисел, так что теперь она примет вид

$$\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots .$$

Установлены правила для оперирования такими числами и знаком сложения («+»). Поскольку вы отлично знаете, каким должен быть результат любой подобной операции, я не буду надоедать вам формальными утверждениями, а перейду к знакам вычитания и умножения. В общем операции вычитания и умножения не представляют столь уж большого интереса, поскольку не выводят нас за пределы написанной выше бесконечной совокупности чисел. Однако здесь следует остановиться на минуту и задать вопрос, почему мы говорим, что $(-2) \times (-3)=6$. Попытка вернуться в Д-мир и выяснить, сколько же у нас будет шариков, если мы имеем —2 коробки по —3 шарика в каждой, безнадежна. Лучше всего вспомнить, что мы играем в игру под названием «алгебра» по некоторым правилам и, согласно одному из этих правил, $(-2)\times(-3)=6$.

Далее, если вам предложат решить уравнение $3x=2$, то вам придется изобрести новое число, и решение приведет вас к операции деления («:»). Эта операция дополнит систему чисел всевозможными дробями, как положительными, так

* Интересный факт: Нобель ревниво относился к шведскому математику Миттаг-Лефлеру, который будто бы позволял ставить себя в научном мире на одну доску с Нобелем. Поэтому Нобелевских премий по математике нет. Существуй они, да еще во время óно, и «изобретатель нуля», без сомнения, был бы удостоен Нобелевской премии.

и отрицательными, и таким образом мы получим совокупность всех *рациональных* чисел. Правила обращения с ними с помощью знаков «+», «—», «×» и «:» таковы, что получающиеся в результате этих операций числа по-прежнему принадлежат к той же совокупности. В ней есть только одна запрещенная операция — деление на нуль; бессмысленно говорить о решении уравнения $x \times 0 = 1$.

Любопытно, что мы никогда не вышли бы за пределы рациональных чисел, если бы не додумались, что некоторые виды уравнений *обязательно должны* иметь решение и вне этих рамок. И мы сейчас снова используем такой способ рассуждения. Рассмотрим уравнение $x^2 = 2$. Оно не имеет решения, принадлежащего множеству рациональных чисел, и нашим первым побуждением могло бы быть такое: отвергнуть это уравнение как не имеющее смысла. Однако здесь опять более разумно принять, что решение все же существует, хотя оно требует введения нового вида чисел.

Конечно, явно недостаточно лишь настаивать на том, что уравнение $x^2 = 2$ и другие подобные ему уравнения имеют решения. Следует еще и указать, как обращаться с этими решениями с помощью знаков «+», «—», «×», «:», следуя общим правилам алгебры — тем самым, что имеют силу для рациональных чисел. Это можно сделать не только для тех чисел, которые были изобретены для решения алгебраических уравнений, но также и для чисел наподобие π, получающихся в результате предельных переходов. Таким образом мы придем к понятию об *иррациональных* числах, образующих вместе с рациональными множество *действительных* чисел.

Научившись управлять М-миром, населенным действительными числами и живущим по законам алгебры, мы, казалось бы, можем успокоиться. Однако рискнем пойти немного дальше, подняв знамя восстания против приобретенных некогда предрассудков.

Рассмотрим уравнение $x^2 + 1 = 0$. Поскольку квадрат любого действительного числа положителен (за исключением квадрата нуля, равного нулю), ясно, что это уравнение не имеет решения, если не расширить каким-либо образом нашу систему чисел. Такое расширение дает нам *мнимое* число $i = \sqrt{-1}$ и *комплексные* числа, являющиеся суммой действительной и мнимой частей (скажем, $a + bi$, где a и b —

действительные числа). Опять возникает вопрос, можно ли оперировать с такими числами в согласии с правилами алгебры, и выясняется, что можно. Выглядят эти правила обманчиво просто: можно выполнять вычисления с комплексными числами так, как если бы они были действительными рациональными числами, заменяя везде, где встретится, i^2 на -1.

Слово «мнимый» обладает одним достоинством: оно указывает на то, что мы явно находимся в алгебраическом М-мире. Однако было бы неправильным полагать, что мы покидаем Д-мир только тогда, когда пытаемся решить уравнение $x^2+1=0$. Мы покинули его уже много раньше. На мой взгляд, это произошло еще тогда, когда мы начали рассуждать о целых числах, «очищенных» от наименований пересчитываемых предметов. По мнению Кронекера,— когда мы заговорили об отрицательных и дробных числах. Фактически мы можем рассматривать мнимые числа, не принимая во внимание символа i или эквивалентного ему обозначения, а комплексные числа рассматривать как пары действительных чисел.

О расширении системы чисел можно размышлять по аналогии с политикой. Числа суть жители страны. Население, правда, получается бесконечно большим, но это не должно нас смущать. Население увеличивается за счет предоставления гражданства иммигрантам, численность которых значительно превышает численность коренного населения (не забудем, что коренных жителей бесчисленное множество!). Страна управляется простыми, но строгими законами, записанными в ее конституции (алгебраическими правилами), и каждый новый гражданин страны дает присягу выполнять эти законы. Все идет хорошо в этой стране, даже невзирая на то, что пришлось расширить право гражданства, чтобы его могли получить комплексные числа.

Однако есть и такие жители, которые пытаются изменить конституцию. Так, они хотели бы ликвидировать закон коммутативности при умножении, который требует, чтобы $x\times y=y\times x$. И вот однажды это им удалось. В страну тотчас же хлынул поток новых иммигрантов — в основном кватернионов и матриц, которые образцово подчиняются другим законам алгебры, но явно некоммутативны, когда соединяются в произведение.

На этот раз в отличие от предыдущей главы я не собираюсь заканчивать беседу извинениями. Может быть, кое-где в своей беседе я неправильно расставил акценты, подробно разъясняя вам то, что вы знаете и без меня, и оставляя без объяснения непонятное. Но я хотел подчеркнуть, что «строительный материал» математики тверд, как скала, и что эта скала не растрескивается при внедрении в нее физических идей, которые время от времени могут меняться. Продолжая аналогию, можно сказать, что этот М-мир — мир алгебры — предельно абстрактен на вершине скалы, а подножие ее уходит в почву Д-мира — мира маленьких детей, впервые пересчитывающих свои пальцы и игрушечные кубики.

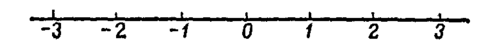
4

ГЛАВА

Переменные, операторы, функции

Как мы уже говорили, есть основания утверждать, что алгебра в высшей степени надежна, тогда как к геометрии следует относиться с известной осмотрительностью, однако все мы люди, и одних лишь логических доводов нам недостаточно. Нам подавай вспышки фантазии, а геометрическая почва для этих фейерверков куда более богата, чем алгебраическая, по крайней мере так кажется большинству из нас. Алгебра — это жена, в высшей степени добропорядочная, но, пожалуй, слишком рассудительная, тогда как геометрия — это легкомысленная девица, которая заставляет вас смотреть на вещи под новым углом зрения (иначе говоря, ее глазами).

Мы познакомились с системой действительных чисел, и я сравнил ее со страной, имеющей бессчетное количество



Фиг. 4.1. Действительные числа как точки на прямой.

жителей. Как их всех пересчитать королю этой страны? На первый взгляд это кажется немыслимым, однако он может сделать это, используя простой геометрический способ. Он должен провести на листе бумаги прямую линию, отметить нуль в ее середине и отложить отрезки 1, 2, 3, ... вправо и —1, —2, —3, ... влево от нуля, как показано на фиг. 4.1.

Такое изображение имеет два очевидных, но несущественных недостатка. Линию на бумаге нельзя продолжать до бесконечности в обоих направлениях (или даже хотя бы в одном), но этот недостаток легко преодолеть с помощью воображения — мысленно подклеивая все новые листы бумаги, на которых продолжаете вести линию. Кроме

того, невозможно отметить на бумаге все числа, даже те из них, что заключены между 0 и 1. Но и этот недостаток можно преодолеть, вообразив, что, если потребуется, вы всегда сможете указать на бумаге любое заданное число. Прямая линия является мощной поддержкой интуиции, когда мы имеем дело с действительными числами. Комплексные числа изображаются точками уже не на прямой, а на плоскости, но мы не будем здесь их касаться.

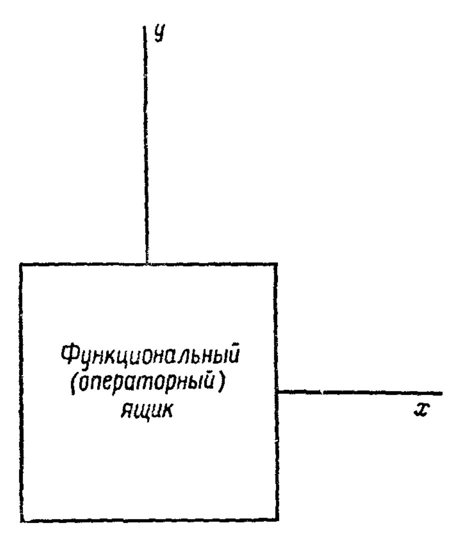
Изображение действительных чисел с помощью числовой оси оказывается особенно сильным средством, когда на его основе вводится представление о *переменной* x, которая может принимать любое значение в интервале от $-\infty$ до $+\infty$, или в более узком интервале, скажем от нуля до единицы. Для такого представления используют либо всю числовую ось, либо заданный ее отрезок.

Поскольку наш ум стремится схватывать лишь частности и избегает обобщений, я полагаю, что воспринять понятие *переменной* совсем не простое дело. Ведь любое утверждение относительно переменной x должно быть справедливым для *всех значений* x в заданном интервале. Недостаточно, чтобы оно выполнялось для того или иного значения: если оно претендует на роль закона для переменной величины, оно должно быть справедливым абсолютно для всех ее значений. Например, если x заключено между 0 и 1, то x больше, чем x^2.

От определения понятия переменной x — прямой шаг к определению понятия *функции* от x. Мы говорим, что переменная y есть функция от x, если при каждом значении x определено значение y. Это мы записываем в виде $y=f(x)$. Слово «функция», однако, не очень удачное, поскольку его часто используют в других смыслах, и для некоторых целей я предпочитаю пользоваться словом *оператор*, хотя точный смысл обоих этих слов слегка различен (по-латыни «фунгор» означает «я выполняю»).

Итак, если у нас есть равенство $y=x^2$, то мы можем сказать, что y — функция от x. В то же время можно говорить, что к x применена некоторая операция, которая переводит x в x^2; этот оператор как бы командует: «возвести в квадрат!». Таким образом, у нас появляется возможность выбора между двумя обозначениями. Первое из них, которое можно записать в виде $y=f(x)$, есть обозначение

функциональной зависимости. Второе записывается в виде $y=fx$, где f — оператор, который указывает нам, что с x надо что-то сделать. Обозначение fx, разумеется, не означает, что f надо умножить на x; вообще операторы и числа нельзя перемножать. Различие между указанными двумя обозначениями скорее чисто психологическое.



Фиг. 4.2. Функциональный (или операторный) ящик для одной функции одной переменной.

В помощь нашему воображению мы можем впрячь геометрию и нарисовать график функции $y=f(x)$. Изображение функций с помощью графиков наиболее удобно, так как вы можете сразу заметить все основные характерные особенности функционального соотношения между x и y. Однако, как мы увидим на стр. 40, такому представлению функций все же присущи некоторые недостатки.

Я предлагаю вам следовать иным мысленным путем, менее удовлетворительным в одном, но лучшим в других отношениях. Представьте себе ящик, из которого выдвигаются два стержня; один из стержней помечен буквой x, другой — буквой y (фиг. 4.2). Значение переменной x

соответствует длине части стержня x, выступающей из ящика, и аналогично — для переменной y. Если обе эти переменные не зависят друг от друга, вы можете выдвигать каждый стержень из ящика на любую желаемую длину. Однако, если $y=f(x)$ (или, что то же, $y=fx$), так поступать уже нельзя. Теперь, если стержень x выдвинут на некоторую длину, то стержень y нельзя выдвигать произвольно. Вы можете вообразить, что внутри ящика заключен некий механизм, связывающий оба стержня. Этот механизм (для нас совершенно несущественно, какова его конструкция) или ящик с находящимся в нем механизмом можно было бы называть *функциональным* или *операторным ящиком*. Это довольно занимательная и совершенно безвредная идея, которая имеет некоторые психологические преимущества перед идеей графика. Если я предложу вам вообразить всевозможные функции, или операторы, или хотя бы достаточно широкое разнообразие их, у вас может закружиться голова при мысли об огромном количестве графиков, которые придется нарисовать на бумаге. По мне, куда легче вообразить множество ящиков, почти совершенно одинаковых снаружи, но в которых заключены всевозможные механизмы, спрятанные от ваших взоров.

Чтобы еще отчетливее показать преимущества функционального ящика, я вместо одной переменной x введу четыре независимые переменные x_1, x_2, x_3, x_4. Я выбрал это число переменных не случайно: именно четыре переменные встретятся нам в теории относительности, хотя и не обязательно только там. Пусть, далее, $y_1, y_2, \ldots, y_{10}$ являются функциями от этих иксов (количество функций опять же имеет некоторую связь с теорией относительности). Это означает, что значениями четырех иксов определяются значения десяти игреков. Для того чтобы выразить это утверждение, мы могли бы записать десять уравнений; первое из них имеет вид

$$y_1=f_1(x_1, x_2, x_3, x_4).$$

Выписывать все десять таких уравнений довольно скучно. Давайте обозначим все иксы одной буквой x, а все игреки — тоже одной буквой y. Тогда функциональное соотношение можно выразить с помощью одного-единственного уравнения $y=f(x)$, или, в операторной форме, $y=fx$.

Допустим, мы совершенно запутались в вычислениях и хотим представить себе то, что у нас получилось, хотя бы качественно. Первой на ум приходит мысль о графике. Если у нас есть всего лишь один икс и один игрек, то мы просто берем лист бумаги и рисуем одну ось для x, а вторую — для y. Но здесь у нас четыре икса и десять игреков, всего четырнадцать измерений. Геометрия пространства с четырнадцатью измерениями, конечно, вполне возможна, будучи разновидностью М-геометрии, но нашему воображению она недоступна. Графики не в состоянии помочь, как только мы выходим за рамки привычных нам трех измерений.

Функциональный же ящик, если только не требовать от него слишком многого, в этих условиях будет действовать так же хорошо, как и в случае одного икса и одного игрека. Достаточно лишь вообразить, что из ящика выдвигаются четыре x-стержня и десять y-стержней, соединенных внутри ящика некоторым механизмом так, что если мы каким-то образом выдвинем из ящика x-стержни, то y-стержни автоматически установятся в определенных положениях (фиг. 4.3). Теперь механизм в ящике представляет собой десять функций, но мы можем сказать, что он представляет только *один* оператор, а именно оператор, который переводит четырехмерный икс в десятимерный игрек.

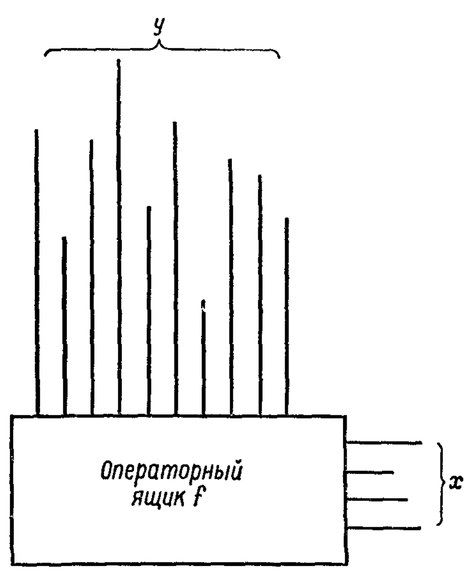
А что произойдет, если соединить два таких операторных ящика? Пусть ящик, обозначенный буквой A, переводит x в y, а ящик B переводит y в z. Здесь буквами x, y, z обозначены совокупности переменных, причем совершенно неважно, сколько этих переменных в каждой из совокупностей. Для определенности возьмем четыре x и десять y, как и раньше, и десять z (опять же имея в виду применить все это в дальнейшем к теории относительности). Мы можем написать

$$y = Ax, \quad z = By$$

и тем самым $z = BAx$, если заменить y во втором равенстве на Ax. Отсюда видно, что z определяется величиной x, а значит, должен быть такой оператор C, который берет это дело на себя. Если записать $z = Cx$, то отсюда получим

$$C = BA.$$

Если бы A и B были числами, а не операторами, то мы могли бы рассматривать C как их произведение. Произведение... А не задать ли нам такой вопрос: справедливы ли законы алгебры также для операторов? Ответ окажется в общем положительным за одним существенным исключением: речь идет о выполнении закона коммутативности при умножении.



Фиг. 4.3. Операторный ящик для четырех иксов и десяти игреков, являющихся функциями иксов ($y=fx$).

Рассмотрим простой случай, когда у нас имеются всего лишь три переменные x, y и z. Пусть оператор A означает «прибавить единицу», а оператор B — «возвести в квадрат». Тогда

$$ABx=A(x^2)=x^2+1,$$
$$BAx=B(x+1)=(x+1)^2.$$

Результаты получились разные, так что мы приходим к выводу, что в общем $AB\neq BA$, хотя некоторые операторы на самом деле коммутируют друг с другом.

Вернемся к рассмотренному выше случаю многих переменных. В этом случае принято говорить, что игреки суть функции иксов, а зеты — функции игреков. Что же тогда можно сказать о взаимоотношении зетов и иксов? Ясно, что зеты — функции иксов, поскольку иксы определяют значения игреков, а те в свою очередь — значения зетов. Но такой язык не всегда способен передавать сложность соотношений; обычно говорят, что зет есть функционал, или функция от функции *. Однако лучше всего прибегнуть к операторным обозначениям, которые позволяют сделать самую короткую запись.

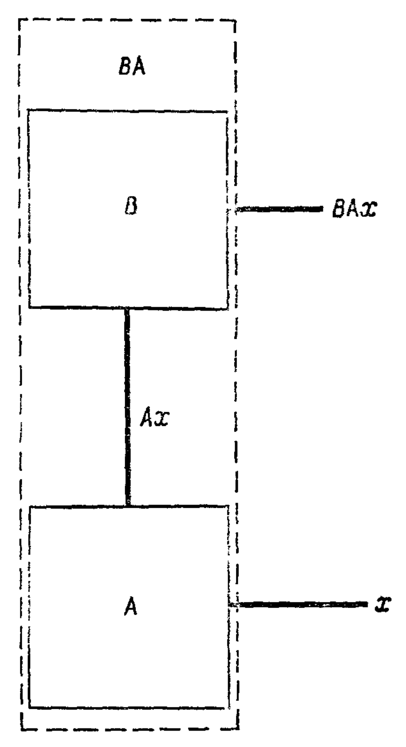
Поскольку вещи, о которых я сейчас рассказываю вам, составляют самую суть того математического аппарата, которым пользуется теоретическая физика, стоит потратить еще немного времени, чтобы познакомиться с ними поглубже. Напомним, что символ x обозначает одну или систему нескольких переменных, например четырех. Оператор A дает указания, что надо делать с x, преобразуя x в новую переменную (или новые переменные), обозначаемую Ax. Отметим, что это название всегда читается справа налево: сначала x, затем A и наконец B.

Представить себе эту конструкцию можно с помощью рисунка, на котором показаны операторные ящики. Так, на фиг. 4.4 можно видеть ящики, обозначенные A и B. Из ящика A торчит группа стержней x, изображенная одной жирной линией. Этими x-стержнями можно манипулировать как нам угодно, но их положениями определяется положение других стержней, обозначенных Ax и соединяющих ящик A с ящиком B. Эти Ax-стержни приводят в действие механизм, скрытый в ящике B, и в результате из этого ящика будет выдвигаться третья группа стержней, обозначенная BAx. Если вас интересует только связь перемещений стержней BAx и x, вы можете заключить оба ящика A и B в один большой ящик, обозначенный BA — буквы именно в таком порядке, а *не* AB, поскольку

* В русском языке для z, кроме того, закрепилось неудачное название «сложная функция». Без связи с текстом невозможно установить, то ли функция причудливо ведет себя при изменении аргумента, то ли ее аргумент в свою очередь является функцией другого аргумента.— *Прим. перев.*

операторы в общем случае не обязательно коммутируют друг с другом.

Я хочу подчеркнуть возможность и, более того, желательность представления об этих операторах как о равноправных обитателях М-мира, невзирая на то что они не



Фиг. 4.4. Операторные ящики A и B образуют операторный ящик BA.

являются ни числами, ни переменными, а суть лишь команды или инструкции, что́ надо выполнять. Эти абстрактные понятия можно наполнить конкретным содержанием, представляя себе операторы в виде ящиков и не интересуясь тем, какие в них заключены механизмы. Если же эти ящики только путают вас, тогда забудьте о них и попытайтесь найти другие способы помочь вашему воображению.

Некоторые из наиболее важных уравнений физики имеют вид

$$BAx=0.$$

Присмотримся к этому уравнению. Оно содержит три объекта. Это — переменная x и два оператора A и B. Переменную x я считаю «одномерной», хотя она в действительности может представлять собой совокупность переменных.

Любое уравнение требует существования решения, т. е. чего-то такого, что удовлетворяет ему. Допустим для начала, что операторы A и B заданы (т. е. известно, какие указания они содержат) и требуется найти x. Пользуясь обозначениями фиг. 4.4, можно сказать, что требуется найти такое положение x-стержня, прн котором BAx-стержня вообще не будет видно. Это уравнение может иметь, а может и не иметь решения, но в любом случае все же стоит попытаться отыскать его. В принципе задача о нахождении некоторого конкретного значения переменной x не отличается от задачи определения такого x, которое удовлетворяло бы, скажем, данному квадратному уравнению. Последняя задача часто встречается, но не о ней сейчас идет разговор.

Предположим теперь, что задан лишь оператор B, а A и x неизвестны. Задача заключается в отыскании оператора A. В обозначениях фиг. 4.4 это означает, что нам дан ящик B (он содержит известные указания), а x произвольно (т. е. x-стержнем можно манипулировать, как нам заблагорассудится), и задача состоит в том, чтобы найти такой ящик A, при котором из ящика B не выдвигался бы BAx-стержень, что бы мы ни делали с x-стержнем. Это означает, что надо отыскивать не числа — надо искать указания. В этом и состоит главная проблема, хотя, может быть, из моего изложения это сразу и не следует.

Позвольте мне проиллюстрировать сказанное несколькими примерами.

Тело массой m свободно движется в отсутствие сил, занимая положение y в момент времени t. Уравнение движения тела выглядит так:

$$mD^2y=0,$$

где D означает производную d/dt. Оператор B в этом уравнении есть mD^2 (он указывает: дважды продифференцировать и умножить на m), а оператор A переводит t в y. Таким образом, уравнение движения можно записать и так:

$$BAt=0,$$

что вполне совпадает со сделанной нами ранее записью, за исключением того, что для переменной времени более привычно использовать обозначение t, а не x. Отметим, что оператор B здесь известен, и мы ищем оператор A, определяющий связь $y=At$. С этого уравнения Ньютона и началась вся сегодняшняя физика. Значит, наша задача состоит в том, чтобы найти A. Сейчас нам известно, что решение имеет вид

$$y=at+b,$$

где a и b — постоянные, зависящие от того, при каких условиях тело начало свое движение. Таким образом, оператор A дает указание: умножить на одну постоянную и прибавить к произведению другую постоянную. На этом решение и заканчивается.

Рассмотрим теперь вибрирующую скрипичную струну. Если обозначить через y поперечное смещение струны, s — расстояние от места ее закрепления и t — время, то уравнение движения струны запишется так:

$$c^2D_s^2y-D_t^2y=0,$$

где c — постоянная, зависящая от натяжения струны и от плотности ее материала, а $D_s=\partial/\partial s$ и $D_t=\partial/\partial t$ означают частные производные по s и t. В этом случае оператор B равен

$$B=c^2D_s^2-D_t^2$$

и содержит следующие указания: дважды продифференцировать по s, умножить результат на c^2 и вычесть из этого результат двойного дифференцирования по t. Теперь у нас имеются две переменные s и t; обозначим обе их одним символом x. Тогда y будет некоторой функцией x, скажем $y=Ax$. И теперь уравнение движения колеблющейся струны можно записать в виде

$$BAx=0.$$

Задача снова заключается в отыскании оператора A. Как

известно, решение этого уравнения таково:

$$y=f(s+ct)+g(s-ct),$$

где f и g — произвольные функции. Таким образом, найденный нами оператор A говорит нам, что́ надо сделать с s и t или с x, которым мы обозначили обе эти переменные.

Рассмотрим еще одну задачу, которую, подобно задаче о колеблющейся струне, можно считать прародительницей современных теорий поля. Обозначим символом x тройку переменных x_1, x_2, x_3— координат в пространстве, а буквой V — потенциал притяжения одной массы к другой (по ньютоновской теории тяготения). Тогда V будет некоторой функцией положения тела в пространстве, и мы можем написать $V=Ax$, где A — некоторый оператор, который необходимо отыскать. Наконец, обозначим символом B оператор Лапласа, который дает нам указание дважды продифференцировать по каждой из трех переменных и затем сложить результаты дифференцирования. После этого уравнение Лапласа $\Delta V=0$ (в привычных обозначениях) тоже принимает вид $BAx=0$.

Мы здесь ничего не будем говорить о решениях уравнения Лапласа. Отметим лишь, что во всех рассмотренных выше уравнениях присутствуют переменная x и два оператора A и B, из которых B стоит первым слева, так что его можно назвать *главным оператором*. В наших случаях главный оператор был известен, однако так бывает не всегда, и тогда его надо отыскивать. Вообще можно сказать, что все огромное разнообразие физических задач сводится к двум вопросам:

1. Каков правильный вид главного оператора?

2. Как найти другой оператор, если главный оператор известен?

В наше время принято говорить о теоретической физике и математической физике и проводить между ними различие — впрочем, довольно смутное. Мне кажется, правильнее было бы говорить, что теоретическая физика решает вопрос № 1, а математическая физика — вопрос № 2. Можно также сказать, что теоретическая физика занимается открытием законов природы, тогда как математическая разрабатывает следствия из этих законов, ибо правильные главные операторы можно считать как бы ковчегами,

в которых хранятся открытые людьми законы природы. И все же столь четкое разделение этих областей физики нереалистично, поскольку сами по себе законы природы представляют мало интереса, если мы не умеем извлечь из них следствия, и поэтому не стоит думать, что физик-теоретик все свое время посвящает попыткам открыть законы природы. Основное время у него уходит на то, чтобы отыскивать A при известных B.

Для большей общности следовало бы упомянуть еще один важнейший тип физических задач, приводящих к решению уравнений следующего вида:

$$BAx = Cx,$$

где x — переменная, B и C — известные операторы, а A — искомый оператор. Уравнения такого типа обычно, хотя и не всегда, являются дифференциальными уравнениями в частных производных. И здесь в центре внимания — главный оператор B, а открытия правильных выражений для B — верстовые столбы на путях развития физики. Те три оператора B, о которых мы рассказывали выше, имели чрезвычайное значение для физики в свое время. В более поздние времена наиболее значительными оказались главные операторы — иными словами, дифференциальные уравнения в частных производных, найденные Эйнштейном, Шредингером и Дираком. Последние двое из этих ученых получили Нобелевские премии за открытие этих уравнений. Эйнштейн тоже был удостоен Нобелевской премии, но за другую работу *. Позже я буду рассказывать о главном операторе Эйнштейна, но только в общих чертах и не входя в детали механизма, действующего в ящике этого оператора.

Я хотел бы напомнить вам одно обстоятельство. Хотя я мог бы вернуть вас в Д-мир, попросив представить себе все эти стержни и ящики, они все же не более чем подспорье вашему воображению. Нет нужды говорить, что описанные в этой главе понятия относятся к М-миру теоретической физики вне зависимости от того, хорошо или плохо эти понятия предсказывают результаты экспериментов, проводимых в Д-мире.

---

* Эйнштейн был удостоен Нобелевской премии в 1921 г. за теоретическое объяснение явления фотоэффекта. В своей теории он впервые ввел важнейшее для физики понятие о фотоне.— *Прим. перев.*

5

ГЛАВА

Мост между событиями

Наконец они завершили творение
высочайшего мастерства —
Мост из скал, перекинутый
над необозримой пропастью,
Там, где пролетал Сатана...*

Я не намерен проповедовать о событиях в духе папы римского, вещающего с амвона. Но, подобно призракам Мильтона, я хочу перекинуть мост через пропасть, разделяющую Ньютона и Эйнштейна, используя понятие о *событии*. Это слово общеизвестно, оно и в физике в течение долгого времени имело значение, весьма близкое к житейскому. А потом этот лист с древа классической физики был сорван резким порывом ветра (вот это действительно было событие!) и занесен в теорию относительности, где понятие события приобрело фундаментальнейшее значение. Из всех представлений теории относительности это — самое основное. Можно сказать, что событие для теории относительности значит то же, что точка для геометрии.

Однако с самого начала надлежит сделать одно разъяснение. Физик, стоящий на почве ньютоновской теории, если попросить его дать определение события, мог бы сказать, что оно в сущности представляет собой набор четырех чисел, а именно трех координат (x, y, z), фиксирующих место события, и четвертого (t), фиксирующего момент наступления события. Что ж, это прекрасное определение, если вы строите M_1-мир Ньютона, но оно совсем не годится для M_2-мира Эйнштейна. Хотя представление о событии переносится и в M_2-мир, но там оно формулируется значительно более аккуратно и осторожно, без упоминания о пространственных координатах или моментах времени,

* Строки из «Потерянного рая» — поэмы великого английского поэта Дж. Мильтона (1608—1674).— *Прим. перев.*

поскольку в этот мир понятия о пространстве и о времени порознь не допускаются. Если вы не расстанетесь со старыми представлениями на пороге нового мира, то рискуете споткнуться и упасть еще раньше, чем сделаете в нем первый шаг.

Пока что мы беседовали с вами о всякой всячине. Время от времени я вытаскивал на свет что-то вроде чучела и на нем растолковывал те или иные положения, после чего выкидывал его за ненадобностью, как это было, например, в главе о геометрии. Вы, наверное, уже начинали испытывать беспокойство, ожидая, когда же он наступит, тот долгожданный момент, когда вы войдете в мир теории относительности. Мы выяснили, что к геометрическому М-миру нужно относиться с осмотрительностью, и не потому, что он несовершенен сам по себе, а потому, что его нельзя напрямик перенести в М-мир теории относительности. И при этом речь идет лишь о мире специальной теории относительности, откуда до конца нашего пути еще далеко. С другой стороны, алгебраический М-мир (понимаемый в широком смысле) вполне удовлетворителен, и всегда, когда он нам нужен, он оказывается под руками. И в самом деле, видимо, наилучшим способом ввести представление о событии является задание определяющих его четырех чисел x_1, x_2, x_3, x_4, а задав эти числа, можно уже перейти к делу.

Прежде всего надо сказать, что если бы создатель М-мира был лишен чувства юмора, то сотворенный им мир вряд ли вообще привлек бы внимание физиков, интересы которых сосредоточены на Д-мире. Этот М-мир был бы тогда совершенно замкнутым миром, не имеющим выходов в действительность. Использование одних и тех же слов для описания вещей в М-мире и Д-мире порождает каламбуры. Мы играем словами, используя одно и то же слово «событие» для обозначения как реального происшествия, например вспышки спички в Д-мире, так и для его описания с помощью вышеприведенной четверки чисел. Однако все это не так уж хорошо. Мы хотели бы узнать, как кому-либо удастся приписать четыре числа вспышке спички, пусть даже не с абсолютной точностью (в Д-мире ведь ничто не может быть определено абсолютно точно), а с точностью, находящейся в разумных пределах.

Чтобы сделать это, я вынужден просить вас допустить, что существует не только единственный и таинственный Д-мир, не только в чем-то карикатурно отображающие его М-миры, но и Ф-мир — мир фантазии. Этот мир играет весьма существенную роль в научном мышлении. Что произойдет, если... Но ничего не происходит, по крайней мере в действительности. Я говорю о мысленных экспериментах. Ими широко пользуются в современной физике, да, видимо, они были знакомы и физикам минувших времен.

Итак, будьте любезны вообразить, что вы сидите в некоем помещении, перед вами лежат карандаш, бумага и прибор, который я буду называть *псевдочасами*. Позже я дам вам в руки настоящие часы, которые в некотором смысле идут правильно. Но если сейчас начнутся вопросы насчет того, как надо правильно устанавливать часы, то это не вызовет ничего, кроме путаницы: время для этих разъяснений еще не пришло. Ваши псевдочасы чрезвычайно просты. Это стрелка, которая вращается по циферблату, причем всегда в одном направлении и ни на мгновение не останавливаясь *. Быстро или медленно движется эта стрелка, совершенно не играет роли.

Вы должны снять показание псевдочасов сразу же вслед за тем, как ваше внимание привлечет некое событие. Это просто и легко сделать для событий, совершающихся в той комнате, где вы сидите. Однако большинство событий происходит за ее стенами, и вы ничего не знали бы о них, если бы вас не информировали об этом какие-нибудь сигналы. Такую информацию могут доставить световой луч, или радиоволна, или даже мальчишка-велосипедист. Различие между носителями сигналов несущественно, по крайней мере сейчас; ваша задача, повторяю, в том, чтобы отметить показание ваших псевдочасов в момент, когда вы получите сообщение о событии.

Если угодно, вы можете сказать, что делаете отсчет, *когда вы получаете сообщение*. Однако совершенно не стоит

* Может быть, лучше представлять себе эти псевдочасы в виде газового счетчика с несколькими связанными друг с другом циферблатами или же в виде счетчика электроэнергии, в окошке которого выскакивают цифры. От такого устройства требуется в сущности лишь то, чтобы оно давало численные показания, все время нарастающие и заключенные в принципе в интервале от $-\infty$ до $+\infty$.

говорить, что вы снимаете показание, *когда происходит событие*, или спрашивать, как быстро путешествует к вам носитель сообщения о событии. Если вы будете задавать такие вопросы, то я просто отвечу вам, что на этой стадии нашего разговора они еще не получат ответа, поскольку эти вопросы связаны с понятиями *одновременности* и *скорости*. Первое из этих понятий нам в теории относительности придется отвергнуть, к определению же и обсуждению смысла второго мы обратимся значительно позже.

Пусть любому событию, привлекшему ваше внимание, присваивается число, скажем x, и пусть это число и есть показание ваших псевдочасов. Естественно ожидать, что если вы получили сведения о множестве событий, то некоторые из них будут иметь одинаковые значения x или же значения, настолько близкие друг к другу, что окажутся неразличимыми. Так что если мы назовем x *координатой* события, то одной координаты окажется недостаточно, чтобы отличить одно событие от другого.

Удобно придумать название совокупности всех возможных событий. Мы могли бы называть эту совокупность *Вселенной*, но более принято использовать термин *пространство-время*. Я тоже буду использовать этот термин, но с одной важной оговоркой, что дефис между этими двумя словами я *никогда не буду снимать*, разве что сопроводив это длительным обсуждением и всяческими предосторожностями. Мы никогда не будем беседовать с вами о пространстве и о времени порознь, так, словно мы даже и не знаем смысла этих слов.

Поскольку, как уже сказано, одной координаты для описания события недостаточно, мы можем говорить, что пространство-время не одномерно — это просто две эквивалентные формулировки одного и того же. Пространство-время должно иметь более высокую размерность — два, три, четыре или даже больше.

Мы приходим, таким образом, к самой фундаментальной из когда-либо высказывавшихся гипотез: *пространство-время четырехмерно*. В этих словах не заключено ничего сенсационного или нового для вас; человек, вне всякого сомнения, давным-давно знает это, и даже ястреб, парящий в воздухе, перед тем как ринуться на свою жертву, должен инстинктивно чувствовать эту четырехмерность. Пока мы

еще ни на йоту не отошли от представлений ньютоновской физики. Все, что я утверждаю,— это то, что размерность равна 4, и если вы напишите 4=3+1, то вы просто зафиксируете арифметическую истину, а вовсе не то, что пространство-время можно разбить на трехмерное пространство и одномерное время.

Таким образом, приняв, что пространство-время четырехмерно, вы должны четко понимать, что вам в вашей комнате для регистрации событий недостаточно имеющегося количества псевдочасов. Вместо одного отсчета x вам надо делать четыре отсчета (x_1, x_2, x_3, x_4), и в результате потребуется иметь четырех наблюдателей в четырех помещениях, оснастив каждого своими псевдочасами. Теперь каждый из них, получив известие о событии, будет отмечать показание своих псевдочасов и записывать его в свою рабочую тетрадь. Таким путем и будут приписываться четыре координаты каждому событию.

Физикам и астрономам привычно приписывать событиям четыре координаты, однако они не сажают для этого четырех наблюдателей в комнаты с псевдочасами — в этом нет нужды. Важно лишь, чтобы снималось *четыре* показания, а не то, как это делается. Установив это обстоятельство, я позволю себе ввести в игру некоторые представления классической физики без боязни, что вы можете «заразиться» ими.

Представьте, что вы темной ночью оказались в дикой пустыне и не можете в кромешной тьме ничего увидеть, кроме светящегося циферблата своих наручных часов. Ваша кровь леденеет от раздавшегося львиного рыка, и немедленно вслед за этим раздается второй рык. Допустим, что вы глухи на одно ухо и не можете определить направление, откуда донеслось рычание, а значит, и не можете сказать, с одной или с разных сторон донеслись оба рыка. Все, что вы смогли, это взглянуть на свои часы и заметить положения стрелок на них. Я мог бы добавить еще, что ваши часы находятся в очень плохом состоянии: о них можно сказать лишь, что они идут.

Вы, конечно, хотели бы знать, рычал один лев или два? Возможно, что один лев издал рычание дважды, и это можно было бы посчитать за одно событие. Но если рычали два льва, то вовсе не обязательно, чтобы они находились

поблизости друг от друга, и тогда следует говорить о двух событиях. Если ваша винтовка заряжена только одним патроном, то вопрос о том, произошло одно или два события, имеет для вас далеко не академический интерес. Однако вы располагаете только одним показанием ваших часов, а этого недостаточно для решения вопроса.

Но в пустыне есть и другие люди. Они тоже слышали рычание, тоже в это время взглянули на свои часы, и они тоже могли задаться вопросом, одно или два события произошло. Лучше всего было бы, если бы все они собрались вместе и сравнили свои наблюдения. Тогда, вынув свой блокнот с записанным в нем значением x_1, вы смогли бы взглянуть на записи остальных пустынников и посоветоваться с ними.

В блокноте первого вы обнаружили только одно число x_2. Вы думаете, что если бы произошло два, а не одно событие, то он написал бы два, а не одно число. Однако это еще не «железный» довод.

Вы должны отыскать еще одного свидетеля. Если в его блокноте записаны два показания, то наверняка было два события, поскольку каждое событие можно было фиксировать только один раз. Но если и в его блокноте есть только одна запись, что тогда? На вашем месте я бы решил, что произошло только одно событие, следовательно, в пустыне только один лев, и я готов застрелить его своим единственным патроном. Не исключено, правда, опасение, что в пустыне есть еще и молчавшие львы или что, возможно, два льва рычали в унисон.

Но почему вы должны удовлетвориться результатами совещания трех наблюдателей, тогда как пространство-время четырехмерно? В этом есть небольшая тонкость. Львы, живущие в пустыне, образуют или могли бы образовать трехмерный континуум *. Вот если бы львы летали, тогда для заключения потребовалось бы четыре наблюдателя.

Я готов без конца повторять, что реальный Д-мир настолько сложен, что высказывать о нем четкие утверждения можно лишь с опаской, и таким путем я хотел бы

* Континуум — непрерывная последовательность; трехмерный — так как пустыню можно считать плоскостью.

отделаться от ответа на вопрос, четырехмерен Д-мир или нет. Этот вопрос скорее относится к любому М-миру, который мы конструируем как модель Д-мира. И Ньютон, и Эйнштейн были согласны с тем, что четырехмерность можно «встроить» в их модели Д-мира. Читатель может выразить недоумение, но я все же полагаю, что изложению этого вопроса можно посвятить еще одну главу.

6
ГЛАВА
Королева и гвардейский капитан

Король Псевдосильвании был женат на женщине значительно моложе его, и, как часто бывает в таких случаях, он подозревал, что королева неверна ему, а предметом ее любви является юный и красивый гвардейский капитан. Мучимый сомнениями в справедливости своих подозрений, король вызвал президента Королевской Академии наук и обратился к нему за советом.

— Что ж,— сказал президент академии после некоторого раздумья,— ничего плохого не случится, если их мировые линии не встретятся.

— Мировые линии? — фыркнул король.— Никогда о них не слыхал. Объясните-ка, что это такое.

Президент попросил грифельную доску. Когда слуги принесли ее и удалились, президент нарисовал на доске четыре маленьких крестика.

— Это,— сказал он,— четыре события в жизни ее величества королевы.

— Чепуха! — воскликнул король.— У нее еще не было детей! И,— добавил он патетически,— я в этом не виноват!

— Ваше величество! — возразил президент.— Я физик, а не акушер, и такие вещи совсем не по моей части. Эти крестики означают события в самом обыкновенном житейском смысле этого слова. Вот этот крестик может, например, обозначать, что ее величество завтракали сегодня утром.

— Но почему у вас четыре крестика? — спросил король.

— В данном случае число крестиков совершенно произвольно,— ответил президент.— Можно поставить и два крестика, и двадцать. Число событий в жизни ее величества от ее рождения до смерти (да продлит господь ее годы!) можно считать бесконечно большим. Так что если позволит ваше величество, я поправлю свой чертеж.

Вслед за тем, подойдя к доске, президент стер четыре крестика и вместо них провел линию от низа до верха доски.

— Это,— сказал президент с некоторым самодовольством,— мировая линия ее величества. В самом низу буквой *Р* я отметил рождение королевы. На самом верху буквой *С* — но со знаком вопроса — я отметил ее смерть. Как я уже сказал, я не медик, но я думаю, что лекарства и техника пересадки органов совершенствуются столь быстро, что ее величество сможет жить вечно.

Король свирепо посмотрел на него.

— Если я обнаружу ее измену,— прорычал он,— я бы на ее месте не рассчитывал на долгую жизнь!

— Продолжим,— сказал президент.— Вот я нарисовал на мировой линии стрелку, направленную вверх. Эта линия есть мировая линия ее величества, а стрелка показывает направление времени — от ее прошлого к ее будущему.

— В стрелке нет никакой нужды,— заявил король.— Разве королева могла бы умереть до своего рождения? Ах да, конечно, она могла бы умереть еще в утробе своей матери. Но она не умерла. Если б ее не было на свете, я бы тут не сидел и не глядел на всю эту чепуху!

— Ваше величество правильно обратили свое внимание на лишний знак на чертеже,— молвил президент.— Лишняя информация хороша, когда она подтверждает то, что и без нее считается истинным, но если она противоречит этому, она вносит лишь путаницу. Король, безусловно, сознает, что самое мудрое в этом деле — это шпионить за шпионами его величества.

— Пхе! — вскричал король.— Я не пачкаю своих рук шпионажем! Это забота министра информации или дезинформации, я иногда зову его так, чтобы поразвлечься. Но продолжайте. Пока что вы не дали никакого разумного объяснения, почему вы нарисовали мировую линию королевы таким образом. А где же тут капитан?

Президент нарисовал на некотором расстоянии от первой вторую линию и около одной из них изобразил корону, а около другой — шпагу, чтобы показать, кому какая линия принадлежит.

— Отлично! — воскликнул король, радостно потирая руки.— Вы нашли, что она невиновна, не правда ли?

Когда мировые линии находятся так далеко друг от друга, как здесь, ничего плохого как будто не может случиться? А что они думают об этом? Можете ли вы доказать, что они думают так же, как вы?

Президент кашлянул в легком замешательстве.

— Не торопитесь, ваше величество,— медленно сказал он,— этот чертеж не надо рассматривать как доказательство какого-то факта, он нарисован только затем, чтобы облегчить ваше понимание, это лишь один из возможных способов представления того, что происходит в действительности. Вот смотрите,— продолжал президент; он стер прежнюю мировую линию капитана и провел новую так, что она соприкоснулась с мировой линией королевы.— Или еще так,— добавил президент и продолжил линию капитана, так что на протяжении нескольких сантиметров обе линии слились.

— О недостойная! — вскричал король.— Она изменила мне! Их ждет самая страшная казнь!

Схватив тряпку, король подскочил к доске и стер две линии, находившиеся в опасном соседстве. Затем он плюхнулся в кресло, охватив голову руками, и застонал в отчаянии, меж тем как президент молча стоял рядом. Наконец король поднялся с кресла, медленно подошел к доске и сделал на чертеже несколько осторожных исправлений. Он стер мировую линию капитана, чтобы она не соприкасалась с линией королевы, и затем очень аккуратно восстановил линию королевы в ее первоначальном виде.

— Так-то будет лучше,— сказал он с улыбкой.— Как видите, я ликвидировал капитана. И ничего не случилось. Королева невиновна, и все в порядке. Но,— добавил он,— а где же тут я? И вы? и где все остальные?

Схватив мел, король начал было рисовать новые мировые линии, но президент остановил его.

— Положение и так достаточно сложное, как видите,— сказал он.— Если вы попытаетесь изобразить все, что происходит, на этом чертеже, то он станет бесполезным. Но, если угодно вашему величеству, вы можете пририсовать и себя. Вы не можете изменить факты, стирая нарисованное на доске. И более того, вы не должны наказывать человека за преступление, которого он не совершал.

— Но он явно хочет совершить его! — вскричал король.— У него в голове одни грешные мысли. Ну хорошо, покажите мне, где тут мысли на вашем чертеже.

— Пока мы не будем больше знать о том, как работает мозг,— отвечал президент,— очень трудно даже пытаться изобразить мысли или переживания на таком чертеже. Я полагаю, что во всех отношениях будет разумнее не слишком заботиться, о чем думают люди. Они плохо понимают даже самих себя. Однако,— сказал он, просияв,— совсем другое дело сообщения или сигналы.

Подойдя к доске, президент устранил капитанскую смерть, восстановив в первоначальном виде его мировую линию, не соприкасавшуюся с мировой линией королевы. Затем он провел прямую, соединившую обе мировые линии, и показал стрелкой, что она направлена от королевы к капитану.

— Вот это,— пояснил он,— королева о чем-то извещает капитана.

— Что это за сообщение? — беспокойно спросил король.

— Не имею понятия,— ответил президент.— Эта ситуация чисто гипотетическая. Сообщение могло бы идти другим путем.— И он изобразил прямую, идущую по диагонали вверх от мировой линии капитана к линии королевы.

— Почему вы рисуете эти линии направленными вверх? — спросил король.— Разве они не могут идти горизонтально?

— Потому что правильнее изображать их так,— ответил президент, начиная обнаруживать некоторое упрямство.— Представьте себе, что происходит обмен посланиями...

— Зачем вы мучаете меня? — воскликнул король.

— Представьте себе, что происходит обмен посланиями,— неумолимо повторил президент.— Капитан посылает известие королеве и получает от нее ответное сообщение...

— Это еще не самое плохое, что могло бы случиться,— смягчился король.— Она могла в своем ответе отвергнуть его наглые притязания. Я надеюсь, она так и поступила.

— Не в этом дело,— сказал президент.— Капитан послал известие королеве, а она послала ему ответное сообщение...

— Вы уже об этом говорили,— проворчал король.

— Я вынужден просить ваше величество не перебивать меня. Капитан посылает известие королеве, и королева посылает ему сообщение в ответ. Я думаю, что она это делает немедленно.

— Да, она очень импульсивная женщина,— вставил король.

— Если позволите мне заметить, ваше величество,— продолжал президент,— то я скажу, что капитану придется *подождать* ответа.

— Ну конечно, ему придется подождать. Я хотел бы, чтоб он ждал этого ответа целую вечность! — воскликнул король.— Конечно, посыльному нужно время, чтобы сбегать туда и обратно. Вам незачем говорить мне об этом.

— Если ваше величество соблаговолит взглянуть на чертеж, то это будет полезно,— сказал терпеливо президент.

Не трогая обеих мировых линий, он стер диагональные прямые, с помощью которых обозначались сообщения. Затем от мировой линии капитана он провел прямую, направленную вниз к линии королевы, а от линии королевы к линии капитана — также прямую, идущую вниз. Он прочертил пожирнее направленные вверх на обеих мировых линиях стрелки времени, а затем поставил стрелочки на прямых в направлениях от капитана к королеве и обратно от нее к капитану.

— Теперь, ваше величество,— сказал затем президент,— я нарисовал линии сообщений направленными вниз, а не вверх. И смотрите, что получилось. Следуя за стрелками на этих прямых, вы видите, что капитан получает ответ раньше, чем сам послал письмо королеве.

— Но это же абсурд! — воскликнул король.

— Конечно,— ответил президент,— именно по этой причине я сначала и нарисовал линии сообщений направленными вверх, а не вниз, и показал эти направления стрелками.

— Я все понял,— вымолвил король.— Однако время идет, а мы все еще не продвинулись ни на шаг в том, чтобы узнать, виновна королева или нет.

— Я слуга вашего величества,— сказал президент, отвесив низкий поклон,— но я хотел бы добавить одно

замечание к тому, что я говорил о задержке, которая должна иметь место между посылкой известия и получением ответа на него. Вообще говоря, неправильно полагать, что такая задержка должна быть всегда. Если, например, ее величество и капитан передавали эти сообщения из рук в руки, то задержка могла быть равна нулю.

— Остановитесь! Замолчите! — застонал король, зажав уши руками.

Когда он снова взглянул на доску, президент уже начал рисовать на ней план определения виновности или невиновности королевы.

— Ваше величество могли бы воспользоваться услугами двух сыщиков, один из которых следит за королевой, а другой — за капитаном. Назовем этих сыщиков *A* и *B*. Задачей детектива *A* будет прокладывать свою мировую линию как можно ближе к мировой линии ее величества, а сыщик *B* должен стремиться к тому, чтобы его мировая линия совпадала с мировой линией капитана. Мировые линии королевы и капитана сойдутся тогда и только тогда, когда встретятся мировые линии сыщиков *A* и *B*. Вы можете послать еще пару резервных детективов *C* и *D*, которые будут время от времени следить за *A* и *B*. Тогда через них вы сможете получать от сыщиков *A* и *B* известия, соединились ли их мировые линии. Этот метод называется методом совпадений, и он очень эффективен.

Король с насмешкой посмотрел на президента академии.

— Неужели вы думаете,— спросил он,— что если ее величество и капитан уединятся, то сыщики *A* и *B* (или *C* и *D*) должны сделать то же самое?

Президент покраснел.

— Ваше величество изволит шутить. Мне думается, вполне достаточно, если сыщики заглянут в замочную скважину.

— Двум сыщикам нужны две замочные скважины,— усмехнулся король.— Может быть, все же достаточно одного сыщика?

— Ну, конечно, достаточно,— вымолвил застигнутый врасплох президент.— Собственно, зачем нам двое сыщиков? Хватит и одного, чтобы он следил за королевой.

— Я начинаю терять доверие к доводам президента моей Королевской Академии наук,— сказал король с го-

речью.— Достоинство ее королевского величества несовместимо, как вы сами понимаете, со слежкой за нею. Если же вы прикрепите сыщика к капитану, то его очень скоро проткнет капитанская шпага. Есть у вас еще какие-нибудь соображения?

Президент некоторое время думал, а затем предложил королю другой план. В этом плане фигурировали уже не один или два сыщика, а четыре специальных агента, вооруженных часами и блокнотами. Часы, как пояснил президент, не обязательно должны быть золотыми — достаточно лишь, чтобы они шли, причем всегда в одном направлении. Король разразился смехом при мысли о часах, которые могут идти назад, и это привело его в отличное расположение духа.

Эти четыре агента, разъяснил президент, должны получать сигналы от королевы и капитана и отмечать моменты времени, в которые приходят эти сигналы.

— Но почему,— спросил король,— вы думаете, что они станут посылать сигналы кому-то, кроме, может быть, друг друга? А если они виновны и обмениваются сигналами, то как мы об этом узнаем?

— Ее величество довольно болтлива,— начал президент, но затем поправился,— ее величество любит поговорить, и звуковые волны от ее голоса могут быть восприняты на значительном расстоянии чувствительным звукоулавливающим прибором. Капитан при ходьбе звенит шпорами, и это тоже может служить сигналом. Но даже если они оба умолкнут, то все равно они должны излучать тепловые волны, которые можно зарегистрировать. Если ваше величество готовы отпустить небольшую сумму на оснащение этих четырех агентов, кроме часов и блокнотов, необходимой аппаратурой, то этот план легко выполним.

— Какой план? — спросил король, слегка зевнув.— Все, что я от вас услышал до сих пор,— никакой не план, а набор какой-то чепухи о звуковых и тепловых волнах. Почему бы вам к этому не приплести еще световые волны и радио?

— Это можно,— ответил президент задумчиво.— Трудность только в том, чтобы сигналы проходили сквозь вещество. Если ее величество и капитан прогуливались бы в королевском парке, то четыре специальных агента могли бы

видеть их воочию, и тогда не было бы нужды в специальной аппаратуре. Но если эта пара укроется в каком-либо помещении, она станет недоступной взгляду и агенты не смогут докладывать до тех пор, пока пара снова не появится, если только, конечно, вы не согласитесь потратиться на чувствительные сейсмометры. Наконец, мы могли бы еще использовать нейтрино — они проникают почти через все.

— Да, да, да! — закричал король нетерпеливо.— Все это так, но все это технические вопросы, и я оставляю их на вашей совести, только не пустите по миру королевского казначея! Где же ваш план? Что будут делать ваши специальные агенты, когда они воспримут сигналы?

— Чтобы убедиться в правильности сигналов,— пояснил президент,— на самом деле нужно не четыре, а восемь специальных агентов, работающих в две смены. Еще лучше, конечно, было бы иметь двенадцать агентов, с тем чтобы четверо вели наблюдения, четверо обрабатывали результаты и делали выводы, а еще четверо в это время отдыхали.

— Ну, это детали,— проворчал король.— Валяйте дальше!

Президент продолжал:

— После того как четыре агента вернутся со своих постов, в блокноте каждого из них будет колонка чисел, возрастающих по мере приближения к концу страницы. Они передадут эти блокноты другим четырем агентам, которые будут их обрабатывать.

— «Обрабатывать»! — это американское словечко,— вставил король,— я никогда не мог понять, что оно, собственно, означает.

— Ваше величество слишком добры,— сказал скромно президент.— Я допустил фрейдистскую обмолвку. Я машинально использовал неподходящее слово, чтобы скрыть одно обстоятельство: я сам не вполне понимал, что же надо делать дальше. Вы должны простить меня за то, что я ввел вас в небольшое заблуждение. В блокнотах четырех агентов должны быть не одни только числа. В них должны быть еще пометки, которые позволят установить, какие именно события происходили. Это очень важно. Наблюдаемые четырьмя агентами события должны быть одними

и теми же, и записаны они тоже должны быть как одинаковые. Поэтому возле чисел должны быть краткие пометки, скажем: «Королева завтракает» или «Капитан бреется». После этого уточнения я мог бы продолжать, с вашего разрешения.

— Продолжайте,— милостиво сказал король.

— Вероятно,— сказал президент,— лучше будет изобразить это на доске.— Он начисто вытер доску.— Теперь мы будем иметь дело с теми четырьмя агентами, к которым поступают сведения от агентов-наблюдателей. Давайте разделим доску на четыре колонки и вверху каждой из них поставим имя соответствующего агента-наблюдателя.

— Я так понял,— заметил король,— что эти четыре агента, которые имеют дело с результатами наблюдений, не та четверка, что вела наблюдения?

— Совершенно верно, ваше величество,— сказал президент.— Но позвольте мне заметить, что это несущественные подробности. И наблюдать, и обрабатывать наблюдения могут одни и те же люди, только я думаю, что стоило бы иметь еще четырех агентов-наблюдателей, чтобы эти могли отдыхать. Нет причин, по которым они не могли бы обрабатывать те данные, которые они сами и собрали. Конечно, лучше, если бы на них не ложилась слишком большая нагрузка, это позволило бы им снабжать свои краткие пометки о событиях не столь уж сухими комментариями, они могли бы даже для памяти делать маленькие зарисовки, поскольку, разумеется, самое важное, чтобы можно было опознавать события. Иначе вся эта работа окажется бесполезной. А теперь следите за ходом моих мыслей и вообразите, что я один представляю всех четырех наблюдателей, которые вошли в этот зал и встали перед доской там, где я стою сейчас. Это понятно?

— Вполне,— сказал с улыбкой король,— это напоминает мне старую историю о супе. Мой отец любил ее рассказывать, и я сейчас мог бы повторить ее для вас.

— В другой раз, если ваше величество будете так любезны,— быстро сказал президент.— Теперь мы с вами займемся теми четырьмя наблюдателями, которых я тут представляю перед вами, и я перейду к тому, что написано у них в блокнотах. Я выберу из их блокнотов только некоторые записи, скажем «Королева завтракает»

и «Капитан бреется», и посмотрю, что̀ против этих пометок стоит во всех блокнотах. Записываем:

Событие	Имя наблюдателя и его запись			
	Сэм	Боб	Билл	Джим
Королева завтракает	23	736	73	1134
Капитан бреется	436	196	32	226

В общем каждому поименованному событию соответствуют четыре числа, которые можно обозначить x_1, x_2, x_3, x_1.

— Никогда не думал, что измену женщины можно записать на языке алгебры,— задумчиво заметил король.

— А может быть, и не измену,— мягко возразил президент.— В любом случае, конечно, это еще не алгебра. Этими символами просто обозначены написанные на доске числа.

Король пристально посмотрел на доску.

— Скажите мне,— спросил он,— что произошло раньше: завтрак королевы или бритье капитана?

Президент выглядел обескураженным:

— Я... я...— сказал он, запинаясь,— я не имею понятия. Я выбрал эти восемь чисел совершенно произвольно, просто чтобы показать вам ход мысли, а сами эти числа не имеют никакого смысла. В самом деле, если вы взглянете на записи Сэма, то увидите, что большее число соответствует бритью капитана, и это означает, что Сэм получил сигнал о бритье (он увидел солнечный зайчик от лезвия) после того, как к нему пришел сигнал о завтраке королевы (этим сигналом мог быть хруст при разгрызании гренка). А вот Боба эти сигналы достигли в обратной последовательности, и в таком же порядке их зарегистрировали Билл и Джим. Если угодно вашему величеству, я могу заглянуть в это дело поглубже, и я в самом деле был бы рад сделать это, но потребовалось бы потратить много времени на объяснения, так что отложим пока это дело на более поздний срок. А пока что я вернусь к основной теме; в ней не возникает вопроса, который вы так любезно поставили.

Король кинул на президента испепеляющий взгляд.

— Если бы вы обеспечили ваших наблюдателей приличными часами,— сказал он,— этот вопрос вообще не встал бы. Тогда все четверо агентов зарегистрировали бы одно и то же

время завтрака королевы (скажем, 23) и одинаковое время бритья капитана (например, 436) и мы с вами точно знали бы, что капитан брился после того, как королева завтракала. Но я, хоть убей, не вижу, как это все может ответить нам, виновна или невиновна королева!

Президент надменно взглянул на короля.

— Ваше величество,— сказал он холодно,— вы зашли слишком далеко! Не существует *приличных* часов, таких часов, которые бы показывали абсолютное время с абсолютной точностью. Неправильно употреблять слово *абсолютный*, а не слово *надежный!*

— А я и не говорил «абсолютный», я сказал «приличный»,— пробормотал король, удивленный и даже несколько испуганный выпадом президента академии.

— Ваше величество вложили в свои слова именно этот смысл,— вспылил президент, теряя терпение.— Когда вы сказали «приличный», вы имели в виду «абсолютный», а это я считаю совершенно недопустимым! Не хотите ли вы повернуть время вспять (простите мне, если я выражаюсь недостаточно четко, но я чрезвычайно взволнован), не хотите ли вы вернуть нас во времена вашего сиятельного деда (мир праху его!) и ввергнуть нас в заблуждения века, который выглядит варварским по сравнению с вашим просвещенным царствованием? Нет, ваше величество, это для меня уже чересчур! Я предпочел бы в таком случае отказаться от высокого поста, который я занимаю.

И с этими словами президент академии разрыдался.

— Ну, ну, не надо! — воскликнул король, оторопев при виде такого взрыва эмоций.— Я не думал, что вы примете все это так близко к сердцу. Наверно, в самом деле после всего этого проще приставить детектива к королеве!

Президент взял себя в руки.

— Нет,— сказал он, успокаиваясь,— не надо подвергать королеву такому унижению. Уж лучше иметь четырех наблюдателей. Если у вас хватит терпения выслушать меня до конца, то я перейду к обработке полученных данных.

— «Обработка»! — сказал король с улыбкой.— Валяйте!

И президент начал рассказывать, как эти данные можно использовать для построения графиков на двух листах

миллиметровой бумаги. На один лист нужно нанести данные Сэма и Боба, на другой — данные Билла и Джима. Президент пояснил, что разбивать наблюдателей на пары можно не только таким путем. В пару Сэму можно было бы поставить, например, Билла, а Бобу — Джима. Результаты, которые мы ищем, сказал президент, должны быть инвариантны относительно этого преобразования. На этот раз король пропустил непонятное мимо ушей: он уже начал немного уставать.

— Сначала,— сказал президент,— мы начертим графики королевы. Обратите внимание, что я использую множественное число. Если бы наше обычное пространство имело не три, а четыре измерения, то было бы достаточно одного графика — это была бы четырехмерная кривая. Но, увы, наше пространство трехмерно, и нам приходится число 4 разбить либо на 3+1 либо на 2+2. В первом случае мы могли бы изобразить трехмерную кривую с помощью куска изогнутой проволоки. Но второй вариант проще, поскольку тут нам нужны лишь два листа миллиметровки — каждый из них имеет два измерения. Теперь событие, имеющее четыре координаты (x_1, x_2, x_3, x_4), представляется двумя точками — одной на листе бумаги с координатами (x_1, x_2), другой — на листе с координатами (x_3, x_4).

— Тогда,— перебил его король,— завтрак королевы будет изображаться двумя точками, по одной на каждом листе, и бритье капитана — тоже двумя точками, хотя числа, которые вы написали на доске, показывают, что это вовсе не так. И я бы очень хотел услышать ваше заключение в том случае, если две точки, изображающие бритье капитана, точно сольются с двумя точками, изображающими завтрак королевы.

— Я мог бы заключить,— отвечал президент,— что капитан брился прямо за столом королевы во время ее завтрака или же что ее величество завтракали в ванной комнате капитана. Однако, ваше величество, тут я немного переборщил: это все могло произойти и в номере гостиницы. Такая интимность, хотя она могла бы посеять скандальные слухи, все же не является, насколько я понимаю, достаточно сильным свидетельством ее вины, чтобы оправдать жестокое наказание ее величества.

— Я попросил бы вас,— фыркнул король,— держать ваше мнение при себе! Я пытаюсь уразуметь ваш план. Правильно ли я понимаю из ваших слов, что теперь у нас будут уже *две* кривые, которые вместе представят историю мировой линии королевы, и такие же *две* кривые для капитана? Тогда было бы лучше нарисовать кривые королевы пурпурным, а капитана — алым цветом.

Президент отвесил поклон.

— Ваше величество схватили мою мысль с поразительной быстротой. Мне нечего к этому добавить.

— Но у меня есть еще несколько вопросов,— сказал король.— Когда слишком много слов, можно запутаться. Конечно, мы можем взять два листа миллиметровки и нарисовать на них те кривые, о которых мы говорили. Однако записывать что-либо всегда опасно: ведь кто-нибудь посмотрит на графики и подумает, что на них изображено нечто такое, что произошло на самом деле, тогда как на них изображено лишь нечто воображаемое, что могло быть, а могло и не быть в действительности. Поэтому, как я понимаю, вы с помощью этих пурпурных и алых кривых изобразили только мысленную ситуацию. Но для того чтобы описать воображаемое, мы должны уметь достаточно ясно выражаться.

— Я могу только присоединиться к вашим словам, ваше величество,— согласно кивнув, молвил президент,— это совершенно правильно. Мы не должны путать действительное с воображаемым, но, с другой стороны, мы никогда не поймем того, что происходит в действительности, без игры воображения.

— Ладно,— продолжал король.— Давайте напишем на одном листе бумаги «Сэм — Боб», а на другом — «Билл — Джим». После того как на эти листы будут нанесены все данные, отдельные точки, как я понимаю, сольются в плавные кривые. Тогда на листе Сэма — Боба будут пурпурная и алая кривые и то же будет на листе Билла — Джима. Допустим теперь, что каждая пурпурная кривая проходит в стороне от алой, т. е. не пересекается с ней нигде. Что отсюда можно заключить?

— Я прихожу тогда к заключению,— отвечал президент,— о полной невиновности ее величества, по крайней мере в том, что касается капитана. Однако... я не решаюсь

сказать... это непересечение линий не является абсолютным доказательством невиновности королевы, поскольку могут существовать и другие мировые линии, не изображенные здесь.

— Погодите,— прорычал король,— меня интересует только капитан. Следующий вопрос: если кривые пересекаются на одном листе, а на другом нет, тогда как?

— Опять же невиновность,— отвечал президент.

— А если,— продолжал король,— кривые пересекаются на обоих листах, то тогда — виновность?

— Трудно сказать, ваше величество,— отвечал президент,— они могли просто пройтись рядом по улице. Если есть много пересечений кривых, то это может навести на подозрение, но о виновности можно говорить лишь тогда, когда пурпурная и алая кривые сольются на некотором отрезке на обоих листах.

— Благодарю вас за труды,— сказал король, отпуская президента академии.

После этого король, переодевшись до неузнаваемости, отправился в детективное агентство и самолично нанял там шесть специальных агентов. *Шесть* сыщиков он нанял из скупости, осторожности и запутавшись в доводах президента своей академии. Президент упоминал о *двенадцати* агентах, затем спустился до *восьми*, и наконец нашел, что достаточно и *четырех*. Король решил заняться обработкой наблюдательных данных собственноручно по соображениям секретности и экономии и устранить агентов, как только они заполнят свои блокноты. Отправляясь в агентство, он сначала решил нанять четырех агентов, но по дороге его охватили сомнения, в самом ли деле президент знал то, о чем говорил. Может быть, четырех агентов все же недостаточно? Пять, конечно, лучше, но как пятеро разделят между собой два листа миллиметровки? В конце концов он остановился на *шести* и нашел простой выход из положения: использовать три листа бумаги вместо двух.

Но еще до того, как король получил первые сообщения от своих сыщиков, частные детективы президента Королевской Академии наук донесли президенту, что король нанял шесть специальных агентов.

— Шесть?! — вскричал президент. — Совершенно непонятный выбор! Если король хочет использовать их в две

смены, по три человека в каждой, то это неправильно, поскольку трех координат для описания событий недостаточно. Этого числа хватило бы, только если бы королева и капитан все время оставались на уровне земли. Но если они поднимутся хотя бы на второй этаж вместе или поодиночке, то вся эта работа будет пустой тратой времени.

— Однако,— пробормотал он себе под нос,— если король использует всех шестерых агентов в одну смену, то информация будет избыточной, поскольку вполне достаточно и четырех. Впрочем, если король хочет выбросить деньги на ветер, то это его дело.

И все же президент был уязвлен тем, что король не послушался его совета, и он решил больше ни в чем не помогать королю. Для своего успокоения президент отправился принять ванну, но только он погрузился в нее и намылился по уши, как тут же вскочил от неожиданной мысли.

— Какой же я несусветный дурак! — воскликнул он и в состоянии величайшего возбуждения плюхнулся обратно в воду, смыл мыло, выскочил из ванны и продолжал разговаривать сам с собою, растираясь полотенцем перед большим зеркалом в ванной. Надо сказать, что президент академии был довольно тщеславным человеком.

— Господи! — вскричал он.— Какая блестящая возможность получить Псевдонобелевскую премию! Почему я должен быть рабом традиций, слугой Эйнштейна и Минковского? Почему пространство-время должно иметь только четыре измерения? В самом деле, почему?!

Никогда в своей жизни президент Академии наук ничего не проверял — теперь появился чудесный повод сделать это. Он решил испросить соизволения короля участвовать в обработке данных, полученных от шести специальных агентов. Истина сама должна была открыться тренированному уму, истина о размерности пространства-времени, а не о такой тривиальной чепухе, как верность или неверность королевы своему супругу!

Вытеревшись и одевшись, президент направился в свой кабинет, вынул из стола три листа миллиметровки, достал пурпурный и алый карандаши, положил все это перед собой на стол, уселся и застыл в глубочайшей задумчивости.

Он представил себе, что перед ним стоят в ряд шесть специальных агентов с блокнотами в руках. Он отбирает

у них блокноты, помечает их цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6 на обложке и затем отпускает агентов. Открыв блокноты, он отыскивает в них пометки о событиях, скажем, «Королева завтракает» или «Капитан бреется». Против каждой такой пометки он находит шесть чисел, по одному в каждом из блокнотов, и переписывает их по порядку.

Очнувшись от своих грез, президент не увидел ни агентов, ни блокнотов, ни чисел. Тогда он сам написал:

$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6.$$

Взяв один из листов миллиметровки, он нарисовал на нем две оси координат и обозначил их x_1 и x_2. То же самое он сделал на двух остальных листах и поставил на втором обозначения осей x_3 и x_4, а на третьем x_5 и x_6.

— Теперь,— сказал президент самому себе,— каждое событие изображается точкой на каждом листе, всего тремя точками. Когда я нанесу на листы все события, эти точки можно будет связать плавными кривыми, и тогда на каждом листе будет по две линии: одна — для королевы, другая — для капитана. Мы решили рисовать кривые королевы пурпурным, а капитана — алым цветом: это предложил король, а я согласился. Хозяев обижать не следует. Но эти цвета — всего лишь атрибуты королевского ритуала. Если парень встретит девушку, то и девушка встретит парня, и цвета их мировых линий тут вовсе ни при чем. Кривые либо пересекутся, либо не пересекутся, вот и весь разговор. Я буду рисовать все кривые черным карандашом, это проще всего и меньше отвлекает внимание. И еще я зарезервирую обозначения

$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6$$

за событиями, в которых участвует королева, и

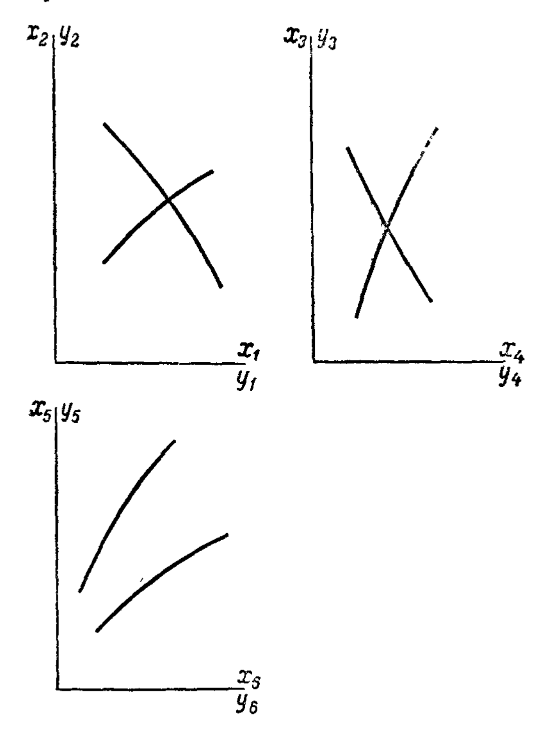
$$y_1,\ y_2,\ y_3,\ y_4,\ y_5,\ y_6$$

за событиями, происходящими с капитаном. Разумеется, я могу построить график $(y_1,\ y_2)$ на том же листе, что и $(x_1,\ x_2)$, и могу сделать то же самое с остальными парами графиков.

Президент нарисовал как попало кривые на трех листах, по две на каждом, и уставился на них. Получилось, что две

кривые пересеклись на первом и втором листах и не пересеклись на третьем листе (фиг. 6.1).

— Возможно ли такое? — спросил он сам себя.— Как понять, кто прав? Эйнштейна — в мусорную корзину, а меня — в Псевдонобелевские лауреаты? И это в самом деле так просто?!



Фиг. 6.1. Расхождение с Эйнштейном.

Президент торопливо начал писать простые формулы: «Пересечение на первом листе означает, что в точке пересечения

$$x_1=y_1, \quad x_2=y_2;$$

пересечение на втором листе означает, что в точке пересечения

$$x_3=y_3, \quad x_4=y_4.$$

Эти два пересечения, взятые вместе, представляют событие, происшедшее и с королевой, и с капитаном, и для этого события мы имеем

$$x_1=y_1,\ x_2=y_2,\ x_3=y_3,\ x_4=y_4.$$

Так получается и по Эйнштейну, поскольку он утверждает, что для фиксации события нужны четыре координаты. Но что делать с кривыми на третьем листе — ведь они не пересекаются! Однако они вроде бы должны пересечься! Если бы мы использовали первый и третий листы вместо первого и второго, то нам не удалось бы найти события, общего и для королевы, и для капитана,— кривые бы не встретились. Выходит, в противоречии с законами элементарнейшей логики они и встретились, и не встретились!»

Президент потер руки от удовольствия при мысли, что он отправил Эйнштейна в мусорную корзину и что его ждет великая слава, как только будет объявлено о его открытии. Однако его энтузиазм несколько поубавился, когда ему пришло в голову, что это лишь мысленный эксперимент: ведь кривые, которые он нарисовал,— совершенно произвольные каракули, а вовсе не экспериментальные данные.

— Хм,— подумал он,— но по крайней мере я теперь знаю, что искать.

Вызвав слугу, президент велел ему приготовить самый лучший костюм и позвонить во дворец, чтобы король назначил ему аудиенцию как можно скорее.

Когда он явился во дворец, король встретил его довольно неласково, слегка смущенный тем, что он нанял шесть специальных агентов вместо четырех, как советовал ему президент.

— Могу я помогать вашему величеству обрабатывать данные? — спросил президент.

Король подумал, что если он попытается расшифровать их в одиночку, он может напутать и наделать таких ошибок, которые разрушат весь замысел.

— Хорошо,— сказал он после некоторого колебания,— ваша помощь была бы весьма полезной. Идемте в королевскую библиотеку и взглянем на только что доставленные туда блокноты специальных агентов.

Они отправились в библиотеку и обнаружили там шесть блокнотов, сложенных в три стопки.

— Мне кажется, здесь не четыре, а шесть блокнотов,— сказал президент, слегка улыбаясь.

— Я помню, что вы советовали мне четыре,— сказал король,— но я подумал, что неплохо бы перестраховаться. Лишние сведения, как вы когда-то заметили, не принесут вреда, если только они не находятся в логическом противоречии с уже имеющимися.

Президент не открыл королю, что его научные интересы уже переместились от интимной жизни королевы к размерности пространства-времени. Он уселся возле короля, положил перед собой три листа миллиметровки и карандаши — пурпурный и алый.

Но я не буду рассказывать вам, что именно они обнаружили. Эта история принадлежит фольклору Псевдосильвании — это не писанная, а устная история, не имеющая конца. Никто не может вспомнить, что там было дальше: следы этой истории совершенно теряются. Я, по крайней мере, понятия не имею, изменила королева королю или же нет. Но мне кажется, что, когда король и президент начертили свои пурпурные и алые кривые, они все же не оказались в положении, изображенном на фиг. 6.1, которое вызвало у президента столь преждевременные мечты о славе. Я полагаю, что если не сделано ошибки, то пересечения кривых на первом и втором листах миллиметровки должны неизбежно вызвать их пересечение и на третьем листе. В противном случае могло бы оказаться, что пространство-время не четырехмерно, а по меньшей мере пятимерно. Но этот факт имел бы такое первостепенное значение для физики, что как-нибудь уж проник бы через границы Псевдосильвании и потряс бы остальной научный мир. Возможно, однако, еще раньше, чем президент Королевской Академии наук подготовил свой манускрипт для опубликования, король заподозрил его в том, что он затаил опасные революционные идеи, и по этой причине уволил его.

7

ГЛАВА

Частицы, мировые линии и стрела времени

В Д-мире частица — это что-то очень маленькое: пылинка, песчинка, а то и нечто вовсе невидимое невооруженным глазом и даже необнаружимое в самый сильный микроскоп. В этом определении частицы главное слово — *маленькая*. Если же попытаться определить понятие *частица* в физическом М-мире, то лучше всего этому определению удовлетворит точка из евклидовой геометрии — частица и есть движущаяся точка.

Представление о частице как о движущейся точке не чуждо и динамике в классической физике. В течение долгого времени было принято делить динамику на динамику материальной точки, динамику твердого тела и динамику сплошных сред (таких, как жидкости и упругие тела). Интересно, однако, что представление о точечной частице принадлежит не самому Ньютону, а Бошковичу *, и в свое время оно вызвало немало споров и возражений, пока, наконец, не заняло почетное место в ньютоновском M_1-мире.

Переходя в M_2-мир теории относительности, мы возьмем с собой это представление о точечной частице, но взглянем на него под несколько иным углом. Основываясь на представлении о четырехмерном пространстве-времени событий, мы будем опознавать частицу по последовательности происходящих с нею событий, по истории частицы, которая изображается *мировой линией*.

Кое-что из того, о чем я буду рассказывать в этой главе, уже было описано в предыдущей, правда в довольно фантастической форме. Там я сообщил вам, как мировую

---

* Довольно широко распространено мнение, что представление о материальной точке ввел в науку Р. Бошкович (1711—1787) (см., например, L. L. Whyte, Roger Joseph Boscowich, Allen and Unwin, London, 1961), однако Трюсделл (C. A. Truesdell, Essays in the History of Mechanics, Springer-Verlag, New York, Inc., 1968, pp. 107, 282) приписывает его Л. Эйлеру (1707—1783).

линию можно изображать в виде пары графиков, нарисованных каждый на своем листе миллиметровки. Это совершенно правильный, но неудобный способ. Мы можем использовать значительно более простое изображение, чтобы, так сказать, соображать быстрее. Давайте поэтому еще раз взглянем на нашу задачу.

Конечно, основная трудность изображения событий состоит в том, что пространство-время четырехмерно, и было бы глупо недооценивать эту трудность. Но трехмерность пространства — тоже нелегкая штука, а человек научился преодолевать ее. Инженера или архитектора пространство-время не волнует, они должны думать о том, как возводить постройки в трех измерениях. При этом они обычно делают чертежи на бумаге (планы и вертикальные разрезы) и реже изготавливают трехмерные макеты будущих построек. Планы и разрезы суть проекции на горизонтальные и вертикальные плоскости и вполне аналогичны графикам, о которых рассказывалось в предыдущей главе, только разве что более громоздки. Если вы хотите получить общее представление о том, как выглядит дом, спроектированный для вас архитектором, то лучше всего попросить его сделать эскиз, двумерную картинку трехмерного предмета. Фактически эскиз и есть проекция какого-либо предмета на произвольно выбранную плоскость.

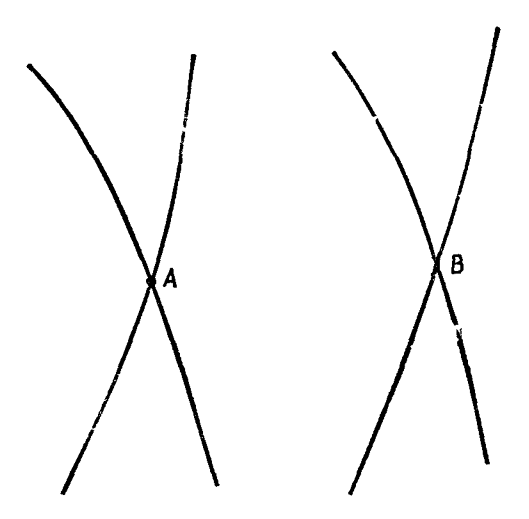
Это неплохая мысль, когда мы обращаемся к пространству-времени,— сделать проекцию на произвольно выбранную плоскость. Событие тогда будет выглядеть как точка на бумаге, а мировая линия частицы — как некая кривая линия. Такой *пространственно-временной чертеж* будет оказывать нам большую помощь, только нужно относиться к нему с некоторыми предосторожностями. В частности, следует помнить, что точка на бумаге представляет не одно-единственное событие, а целую совокупность событий, причем все они проектируются в эту самую точку. Так что, хотя две мировые линии и могут казаться пересекающимися, на самом деле никакого их пересечения может и не быть. Отличить эти две возможности, однако, можно, ставя на графике жирную точку, если мировые линии действительно пересекаются, и обходясь без нее, если это пересечение лишь кажущееся, как показано на фиг. 7.1.

Теперь лучше всего взять в руки лист бумаги, нарисовать на нем разные линии и задаться вопросом, представляют ваши чертежи нечто возможное или нечто абсурдное. Рассмотрим, например, фиг. 7.2. На ней изображена мировая линия, которая пересекается сама с собой. Это означает, что в истории частицы, представляемой нарисованной кривой, дважды произошло *одно и то же* событие. Возможно ли такое?

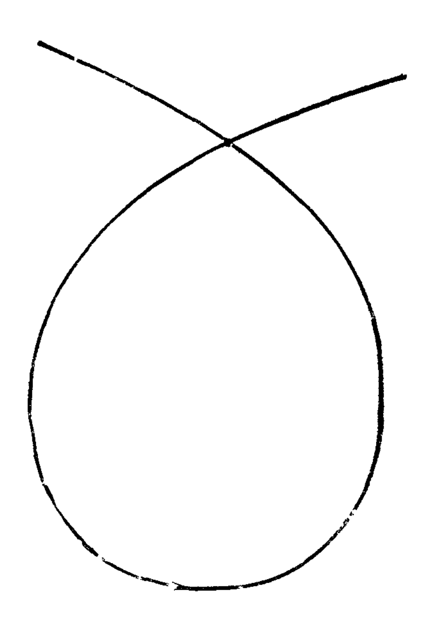
На этот вопрос нелегко ответить даже после продолжительного раздумья. Муж может выражать недовольство тем, что жена кормит его одинаковым обедом семь дней в неделю, но он прекрасно понимает, что, хотя все обеды похожи один на другой, это все же не *один и тот же обед*, съеденный семь раз подряд. Я склонен рассматривать изображение на фиг. 7.2 как физически невозможное, однако только по причинам, связанным с теми понятиями, о которых до сих пор еще не было речи. Эта кривая, разумеется, не противоречит представлению о том, что в четырехмерном пространстве-времени возможны замкнутые кривые. В самом деле, не все же кривые надо понимать как возможные мировые линии частиц!

Перейдем теперь к стреле времени, о которой мы уже говорили в предыдущей главе. Это по существу вопрос о прошлом и будущем, и я думаю, что лучше начать с рассмотрения этого вопроса в Д-мире, а затем «выжать» из реального опыта нашей жизни такое представление, которое подойдет для M_2-мира теории относительности.

Многие люди ведут дневники, в которые записывают происходящие события. Допустим для простоты, что в дневнике каждому дню отводится отдельная страница. Я записал на сегодняшней странице дату: 3 ноября 1969 года, это (неважно, по каким причинам) мой праздничный день. Все предшествующие этому дню даты находятся в прошлом, и на отведенных для них страницах написаны сообщения о событиях, которые я уже пережил — непосредственно сам или косвенно. Все последующие даты находятся в будущем, и отведенные для них страницы еще чисты. Дневник этот есть в своем роде модель моей мировой линии, причем стрела времени направлена от заполненных к пустым страницам — от прошлого к будущему. Между ними располагается настоящее — 3 ноября 1969 года.



Фиг. 7.1. Пересечение (*A*) и непересечение (*B*).



Фиг. 7.2. Бессмыслица или нет?

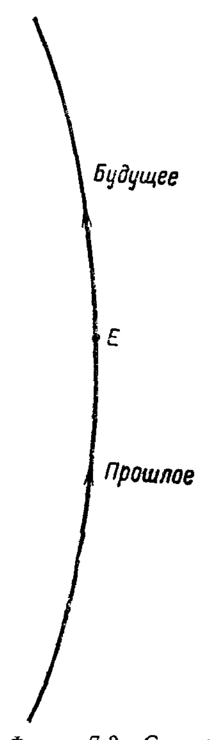
Я могу сделать дальнейшее уточнение. По моим часам сейчас 14 часов 27 минут, и я могу отнести истекшую часть сегодняшнего дня к прошлому, а последующую — к будущему. Тем самым я свел настоящее от одного дня к одной минуте. Еще более точным я буду, если взгляну на секундную стрелку своих часов, и в конце концов на настоящее останется только одно мгновение, не имеющее никакой продолжительности!

Как только я дошел до этого пункта рассуждений, я шагнул из Д-мира в М-мир. Д-миру неизвестны мгновения, не имеющие длительности, равно как и евклидовы точки,— он знает только пятна и черточки на листе бумаги. Так как мой мозг обитает в теле весьма внушительных размеров, то мне было бы трудно определить, например, куда меня укололи иголкой раньше — в левую ногу или в правую руку. Я должен был бы прибегнуть к консультации физиолога, чтобы узнать, какова скорость распространения сигнала по нервам. Но все это лишь усложнило бы чрезвычайно фундаментальные сущности. Если мы знаем, что *скорость* есть *расстояние*, деленное на *время*, то в состоянии ли это знание приблизить нас к пониманию сущности времени?

Идея о том, что события в истории индивидуума можно упорядочить во времени (расположить в порядке прошлое — настоящее — будущее), разумеется, фигурирует не только в теории относительности. Однако, как я в свое время торжественно предупреждал вас, не следует заходить слишком далеко и заявлять, что можно упорядочить во времени *любые* два события. Такое заявление немедленно приведет вас вслед за Ньютоном к понятию абсолютного времени. Более точно следовало бы выразиться, что временна́я упорядоченность существует заведомо лишь для событий в одной и той же *индивидуальной истории*. В Д-мире представление об упорядоченности по времени довольно расплывчатое (как, скажем, в случае уколов иголкой), однако наш житейский опыт в этом мире может оказать нам помощь в выработке представления, пригодного в M_2-мире теории относительности.

Вообразите себе мировую линию частицы. Она охватывает все события в истории частицы, и пока мы не знаем никаких других событий, кроме этих. Понятие об *упоря-*

доченности во времени позволяет выяснить, какое из двух событий A и B на мировой линии произошло *раньше* или *позже* другого; если A было *раньше* B, то можно сказать (используя другое слово), что B произошло *позже* A. Любое событие E на мировой линии делит ее на две части — *будущее*, состоящее из всех событий позже E, и *прошлое*, образованное всеми событиями раньше E. *Настоящее* сводится к самому событию E. *Стрела времени*, как показано на фиг. 7.3, направлена из прошлого в будущее.



Фиг. 7.3. Стрела времени на мировой линии частицы.

Всем вышесказанным утверждается (впрочем, довольно формально) то, что́ большинство людей воспринимают без особых размышлений. Важно отметить, что мы ничего не сказали о порядке во времени двух совершенно произвольных событий. Но если мы применили бы к ним понятия *раньше* и *позже*, то они должны были бы оба «сидеть» на одной и той же мировой линии частицы. Несколько позже я сделаю эти два слова немного более «растяжимыми», но сейчас для этого время еще не наступило.

Стрела времени связана с двумя другими понятиями — возрастанием энтропии и причинностью. Первое из них связано с тем фактом, что природа, по-видимому, предпочитает хаос порядку (легче разбить чашку, чем составить целую чашку из осколков) *; стрела времени обычно (но не всегда) оказывается направленной в сторону возрастания хаоса. Несмотря на важность этого вопроса, я не вижу оснований углуб-

* Энтропия во всей видимой нами части Вселенной в целом возрастает со временем. Вместе с тем в отдельных малых областях мира может иметь место и уменьшение энтропии, что связано с повышением *организации* материи, в частности с развитием жизни и цивилизации.— *Прим. перев.*

ляться в него здесь, поскольку он не затрагивает существа теории относительности. Я перейду к причинности — слову, житейский смысл которого общеизвестен и из которого можно «выжать» нужные представления для нашего M_2-мира.

Вы должны извинить меня за прыжки из Д-мира в М-мир и обратно — это путь, которым следует физическое мышление. Только что я рассматривал частицу как движущуюся точку, а теперь, напротив, хочу перетащить ее обратно в Д-мир. В физике есть много таких задач, в которых размеры тела не играют сколько-нибудь существенной роли. Изучая движения планет, обычно считают их не имеющими размеров, словно они являются материальными точками. Когда прокладывают курс корабля или самолета через океан, размеры их также несущественны (размеры начинают играть роль лишь при швартовке корабля или посадке самолета, но это уже другое дело). Нам хорошо известно, что и корабль и самолет состоят из множества деталей, и то, что мы считаем материальной точкой, в действительности имеет сложное внутреннее строение — просто в данной связи это совершенно не существенно. Одна частица-корабль может послать сигнал другой частице-кораблю, и в результате последняя изменит свой курс. Изменение курса вызвано сигналом. *Причиной* изменения курса явился приказ человека, который послал сигнал.

Мы «замораживаем» картину событий в четырехмерном мире, но это не значит, что мы исключили их причины. Можно с полным основанием считать, что частица в M_2-мире посылает сигналы, которые принимаются другой частицей, а эта последняя может посылать ответные сигналы. Можно даже впустить в наши рассуждения толику антропоморфизма и представить себе живую частицу. Тогда частица становится как бы крошечным *наблюдателем*, но таким (это очень важно), который наблюдает события только на своей собственной мировой линии. Если попросить этого наблюдателя сказать что-нибудь о другой частице, то он для этого должен будет либо столкнуться с ней, либо послать ей сигнал.

Сигналы играют в теории относительности столь значительную роль, что эту теорию можно было бы даже назвать «теорией сигнализации» — это внесло бы меньше путаницы,

чем общепринятое ее название. Наиболее важными являются световые сигналы или (в общем случае) электромагнитные сигналы, и я сосредоточу свое внимание на них. Только, пожалуйста, не задавайте мне сейчас вопроса, как быстро распространяются сигналы. Если вы поставите такой вопрос, я отвечу вам встречным вопросом: что значит *быстро* (или *медленно*)? И вам тогда придется, может быть (хотя я и надеюсь на лучшее), вытащить на свет весь арсенал ньютоновских представлений о *расстоянии* и *времени*. В таком случае мне нечего будет сказать вам — мы потеряем контакт друг с другом: вы все еще будете пребывать в M_1-мире классической физики, тогда как я уже нахожусь в M_2-мире теории относительности и поэтому считаю ваши слова (по крайней мере в данном контексте) бессмысленными.

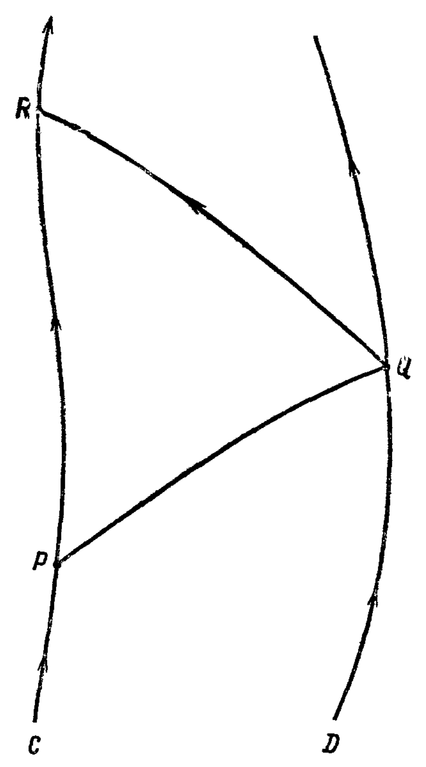
Световые сигналы имеют сложную структуру, которая описывается дифференциальными уравнениями Максвелла, но сейчас для нашего упрощенного M_2-мира можно считать, что световые сигналы переносятся особым носителем, называемым *фотоном*. Этот носитель имеет свою мировую линию, и на ней также можно нарисовать стрелу времени, направленную от его испускания к его поглощению.

На фиг. 7.4 показаны мировые линии двух частиц (C и D). В точке P частица C посылает сигнал, который достигает частицы D в точке Q; сигнал немедленно возвращается обратно, достигая C в точке R. Рассмотрим этот график с точки зрения причинности. Обмен сигналами начинается в точке (событии) P. Наблюдатель C мог бы, конечно, вообще не посылать сигнала. Но он его послал, и событие P породило сигнал, который будет воспринят в Q. Наблюдатель D тоже мог бы решить не посылать ответного сигнала. Но он все же послал его и тем самым вызвал событие R. Таким образом, выходит, что событие P явилось причиной события R. И график в полном соответствии со здравым смыслом показывает, что причина была раньше следствия.

Я лично привык рисовать стрелу времени направленной вверх,— но это лишь моя привычка, и на этот счет нет никаких обязательных указаний. Как уже сказано, график на фиг. 7.4 является отличной иллюстрацией здравого смысла. С этим тотчас же согласились бы капитаны двух морских судов, как только узнали бы, для чего этот график

предназначен. Но что произойдет, если мы перевернем одну или две стрелки?

Попробуем перевернуть стрелку на линии QR. Теперь мы видим, что наблюдатель C послал два сигнала наблюдателю D, причем оба эти сигнала пришли в точку Q. По

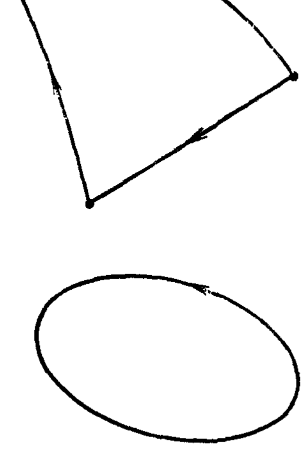


Фиг. 7.4. Обмен сигналами.

причинам, которые станут яснее ниже, со световыми сигналами в пустоте этого сделать нельзя, но это было бы возможно, если бы, например, один сигнал был световым, а другой — звуковым. Так что ничего действительно абсурдного в этом измененном чертеже нет.

А теперь давайте перевернем стрелки и на QR, и на PQ. Теперь C посылает сигнал в точке R, он приходит к D

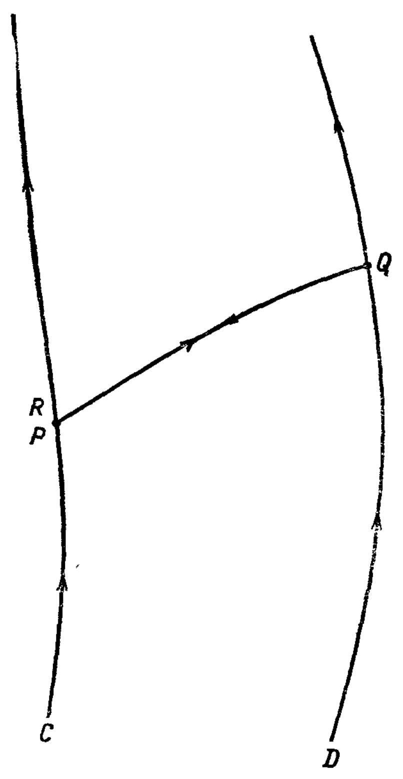
в точке Q и затем возвращается обратно, достигая C в точке P. Поскольку стрелку на мировой линии C мы не переворачивали, возникла неожиданная ситуация. Ибо теперь событие R является причиной события P, т. е. *причина* действовала *после* своего следствия. Такого никогда быть не может. Наш график в этом случае следует безоговорочно отвергнуть. Правило для проверки этого и подобных ему графиков можно сформулировать так: *при следовании вдоль направлений, указанных стрелками, мы не должны выписывать замкнутых петель.* Мы должны считать невозможными графики на фиг. 7.5, и по той же причине следует отвергнуть график на фиг. 7.2.



Фиг. 7.5. Невозможные графики.

Мог ли Ньютон додуматься до всего этого? Во-первых, он не мог бы возразить против четырехмерного пространства-времени, хотя предпочел бы видеть его «разрезанным» на трехмерное пространство и одномерное время. Во-вторых, Ньютон не мог бы отвергнуть мировые линии двух частиц, показанные на фиг. 7.4. В-третьих, он согласился бы с тем, что наблюдатель никаким путем не может узнать о событиях, происходящих вне его мировой линии, кроме как через посредство сигналов. В-четвертых, Ньютон вполне мог бы воспринять фиг. 7.4 в качестве изображения обмена световыми сигналами. Однако, согласившись со всем этим, он мог бы сказать, что глупо использовать для наших целей световые сигналы. Лучше было бы потрясти тяжелым кулаком, это вызвало бы немедленный гравитационный эффект (затрясся бы где-то другой тяжелый кулак), и сигнал от него мгновенно возвратился бы. При таком мгновенном сигнале график на фиг. 7.4 превратился бы в график на фиг. 7.6, на котором P и R соответствуют теперь одному-единственному событию.

Если бы Ньютон высказал все это, то достойным и правильным ответом ему были бы слова, что его точка зрения совершенно верна, пока речь идет о его M_1-мире, в котором течет абсолютное время, или, иными словами, существуют



Фиг. 7.6. Ньютоновский мгновенный сигнал.

мгновенные сигналы. Однако M_2-мир теории относительности отвергает представление о возможности мгновенной сигнализации и настаивает на том, что наилучший вид сигнала — это световой сигнал в пустоте. Нет никаких причин спорить из-за этого; в конце концов каждый вправе устанавливать свои законы в своем M-мире.

Однако, когда мы сравниваем М-миры с Д-миром с целью выяснить, хорошо ли они согласуются друг с другом, раздается скрип. Основываясь на внушительном опыте общения с окружающим миром — по большей части опыте косвенном,— можно утверждать, что человек не знает такого сигнала, который действовал бы как мгновенный ньютоновский сигнал на фиг. 7.6, и что действительно нет сигнала лучше светового. Если бы такой ньютоновский сигнал был обнаружен в природе, то специалистам по теории относительности пришлось бы здорово поворочать мозгами, чтобы приспособить M_2-мир к Д-миру.

Вы можете грубо сказать, что ни один сигнал не может распространяться быстрее света. Такое утверждение просто делает легкое трудным. Если угодно, у нас речь идет о кругосветном путешествии, а не о поездках туда и обратно порознь, и для вас было бы лучше отложить пока всякие мысли о быстроте или о скорости, поскольку эти понятия являются весьма трудными для понимания.

Теперь настало время вычеркнуть еще одно слово из вашего лексикона — слово *одновременность* — либо, если вы хотите, его можно сохранить, но в крайне выхолощенном виде. На классической ньютоновской картинке (фиг. 7.6) события P и Q одновременны, и это слово чрезвычайно удачно (и даже имеет фундаментальное значение) в классическом смысле. Но, разглядывая фиг. 7.4, было бы ошибкой говорить, что там есть какая-либо одновременность событий. По соображениям причинности мы должны говорить, что R произошло после Q, а Q — после P. Казалось бы, на мировой линии C где-то между P и R должно иметь место событие, о котором можно было бы точно сказать, что оно одновременно с Q. Можно, конечно, состряпать такое определение (например, используя представление об относительном времени, с которым мы познакомимся в главе 9), но его нельзя будет принимать слишком серьезно. Так что, пожалуйста, забудьте еще и слово «одновременный», если вы не вкладываете в него лишь тривиальный смысл, что два события одновременны, если они совпадают друг с другом.

Теперь, после того как мы отбросили понятие одновременности в любом абсолютном смысле (кроме тривиального), мы, наконец, остановились на распутье: по одной дороге пошел Ньютон, по другой — Эйнштейн.

8

ГЛАВА

«Мэри-Джейн» и «Пенелопа»

Два корабля — «Мэри-Джейн» и «Пенелопа» — вместе покинули порт Азам и направились в Безам. Идут они порознь, но держат друг с другом связь по радио.

Однажды утром капитан «Мэри-Джейн», сев завтракать, поинтересовался, что в это время делает капитан «Пенелопы». Он вызвал своего радиста, велел ему послать сигнал и в учтивой форме осведомиться, сел ли уже завтракать капитан «Пенелопы». Дальнейшее произошло в мгновение ока, и радиограмма ушла с «Мэри-Джейн» в тот самый момент, когда ее капитан взял в руки нож, чтобы разбить яйцо.

Радист на «Пенелопе» тоже не терял времени. Он выскочил из радиорубки, помчался в каюту, где капитан имел обыкновение завтракать, увидел, что его там еще нет, помчался обратно к своему передатчику и послал на «Мэри-Джейн» сообщение, что капитан «Пенелопы» еще не садился за завтрак.

Эта новость доставила удовольствие капитану «Мэри-Джейн».

— Я позавтракаю раньше, чем этот лентяй! — сказал он, адресуясь к портрету Эйнштейна на стене каюты; портрет, казалось, согласно кивнул головой.

На следующее утро эта история повторилась, но уже с другим результатом — ответная телеграмма с «Пенелопы» гласила: «Капитан уже начал завтракать и наполовину съел яйцо».

— Черт побери! — воскликнул капитан «Мэри-Джейн».— Этот бездельник сегодня обскакал меня!

Но, взглянув на портрет Эйнштейна, капитан увидел, что тот уже не кивает ему головой, а как будто ухмыляется. «В чем же ошибка? — подумал капитан.— Ведь ясно, что капитан «Пенелопы» начал свой завтрак раньше, чем была

отправлена радиограмма с «Мэри-Джейн». И тут капитана «Мэри-Джейн» осенило:

— Сигналу нужно время, чтобы путешествовать,— сказал он самому себе,— и, возможно, именно я начал завтракать первым. Я сел за стол в тот самый момент, когда был послан сигнал, а это было наверняка раньше, чем он пришел на «Пенелопу». Но тот лентяй тоже начал завтракать раньше, чем пришел этот сигнал! М-да, таким путем я не узнаю, кто из нас сел за завтрак первым.

И капитан «Мэри-Джейн» отчетливо понял, что перед ним стоит проблема одновременности. Никогда раньше при исполнении капитанских обязанностей ему не приходилось задумываться над такими вещами. Однако он не собирался сдаваться и пытался то так, то этак решить эту задачу, ворочаясь ночи напролет без сна на своей койке. Вопрос, что именно делал капитан «Пенелопы» в тот момент, когда сам он садился завтракать на «Мэри-Джейн», приобрел для нашего капитана первостепенную важность. Он понимал, что никакой проблемы не возникло бы, будь они оба на одном и том же корабле, сидя бок о бок за одним и тем же столом. Трудность появилась из-за того, что сигналу требовалось время на распространение. Капитан «Мэри-Джейн» перерыл всю судовую библиотеку, чтобы выяснить, есть ли сигналы лучше радиосигналов, но все книги согласно отвечали, что лучших сигналов нет. Световые сигналы должны были распространяться с той же скоростью, что и радиосигналы, а звуковые — медленнее. Так что и книги не помогли капитану.

Тогда он решил прибегнуть к помощи капитана «Пенелопы» и послал ему длинную радиограмму, объясняя, в чем состоит проблема. Капитан «Пенелопы» подумал, что его коллега рехнулся, но решил отнестись к этому с юмором. Он предложил, чтобы «Пенелопа» послала ряд сигналов на «Мэри-Джейн», причем каждый сигнал должен был иметь кодирующий номер (1, 2, 3, ...), так чтобы можно было установить моменты отправления сигналов с «Пенелопы» и моменты их приема на «Мэри-Джейн». Тогда моменты посылки сигналов выстроились бы во временно́м порядке 1, 2, 3, ... и аналогично моменты их приема расположились бы в том же порядке.

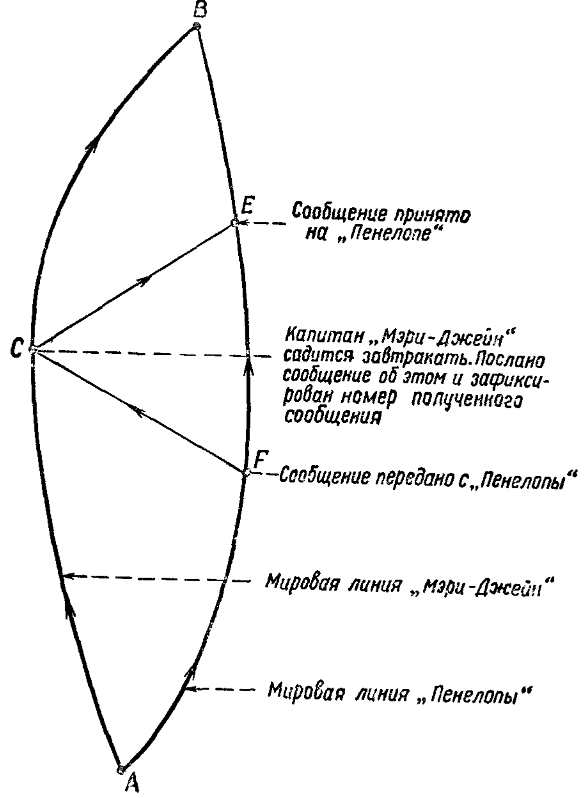
Но так ли это на самом деле? Чтобы убедиться в этом, с «Пенелопы» послали сигнал 1, а за ним сигнал 2, и они были приняты на «Мэри-Джейн» в том же порядке. Была бы действительно страшная неразбериха, если бы сигналы вели себя, как заяц и черепаха в известном состязании, но, к счастью, этого не случилось. Сигнал, посланный вторым, никогда не приходил первым.

Как только это выяснилось, капитаны принялись за эксперимент. Поскольку, однако, рассказывать о нем довольно сложно, я прибегну к пространственно-временной диаграмме (фиг. 8.1), с помощью которой вам будет легче следить за моими рассуждениями. Повторяю, что это — пространственно-временной чертеж, а не морская карта. Две кривые, связывающие точки A и B, являются *историями* двух кораблей (их мировыми линиями). Точка A обозначает факт их отплытия из Азама, точка B — прихода в Безам. Сигнал, посланный с «Пенелопы» на «Мэри-Джейн», выглядит как прямая, направленная влево (например, FC), а сигнал, идущий в обратном направлении,— как прямая, направленная вправо (например, CE).

Наибольший интерес представляет событие C — это капитан «Мэри-Джейн» садится завтракать. С «Пенелопы» посылается совокупность сигналов, и одному из них посчастливилось прибыть точно к событию C; посылка этого сигнала была событием F. От C сигнал немедленно посылается обратно на «Пенелопу» и достигает ее в точке E.

Затем оба капитана договорились о том, что они ничего не будут делать тайком друг от друга: они будут садиться каждый за свой завтрак одновременно, в один и тот же момент, или как там вам еще угодно выразиться. Кроме того, они решили, что капитан «Мэри-Джейн» проявит инициативу и усядется за стол, когда пожелает, а капитан «Пенелопы» сядет за завтрак с таким расчетом, чтобы была соблюдена одновременность. И между кораблями начали курсировать сообщения, но пока мировая линия «Пенелопы» не дошла до точки E, ее капитан не имел права утолить свой голод. Он мог приступать к завтраку только в тот момент, когда с «Мэри-Джейн» придет известие, что ее капитан начал есть. Но в таком случае, очевидно, событие E наступало слишком поздно.

Тогда капитаны стали искать другой план и решили, что пусть капитан «Мэри-Джейн» садится завтракать, когда ему угодно, а члены команды «Пенелопы» будут быстро съедать свой завтрак один за другим. Тогда — это



Фиг. 8.1. Путешествие «Мэри-Джейн» и «Пенелопы».

казалось очевидным — хоть кому-нибудь из команды «Пенелопы», если не самому капитану, удастся позавтракать одновременно с капитаном «Мэри-Джейн». И тут же заключили пари. Но и этот план потерпел крушение, поскольку единственный вывод, который можно было сделать из этого «эксперимента», заключался в том, что любой моряк

с «Пенелопы», который завтракал до наступления события F, питался слишком рано, а любой из них, когорый ел после события E,— слишком поздно. Что касается тех моряков, которые завтракали между F и E, то тут никто не мог быть назван победителем, и приз пришлось разделить между ними поровну. Один из моряков запротестовал было и потребовал себе приз целиком на том основании, что он позавтракал якобы точно на полпути от F к E. Но поскольку он не смог объяснить, что́ он понимает под «половиной пути», его лишили доли в призе и даже заковали в кандалы за неповиновение.

Когда обо всем этом доложили капитану «Мэри-Джейн», он ушел в свою каюту и преклонил колени перед портретом Эйнштейна.

По прибытии в Безам оба капитана сообразили, что они забыли о великолепных корабельных хронометрах, имевшихся на борту, и стали думать о том, нельзя ли использовать их для решения задачи об одновременности. Что у них получилось, вы сможете прочитать далее, на стр. 98.

9

ГЛАВА

Время

Чуть било семь — работницы вставали,
Служилым людям — в десять начинать,
Аристократы же, испивши чашку чаю,
Укладывались снова почивать.

Время в классической физике — всеобщее, универсальное. Время в теории относительности — так сказать, личное, индивидуальное. Мое время — это не ваше время, а ваше время — не мое. По крайней мере если мы с вами не находимся в тесной компании или не решили пренебречь достаточно малой разницей во времени.

Я решил использовать для названия этой главы одно слово «время». Я мог бы озаглавить ее «Собственное время», но все же воздержался от этого по ряду существенных причин. Одна из них состоит в том, что слово «собственный» имеет еще и другой смысл, так что тогда заголовок можно было бы истолковать как время, находящееся в чьей-то собственности. Вторая причина состоит в том, что если бы заголовок был «Собственное время», то вы могли бы с полным основанием спросить, а что же, собственно, означает просто «время» — одно существительное без поясняющих его прилагательных. Дело в том, что «собственное время» и есть *время* в самом глубоком смысле. Так что если вы пожелаете использовать слово «время» в другом, менее фундаментальном смысле, тогда вам лучше снабдить его подходящим поясняющим словом. Например, вы можете применить слово «время» к одной из четырех координат пространства-времени; тогда лучше было бы сказать *координатное время*, поскольку это лишь второстепенное значение слова «время» *.

---

* У нас принято называть эту величину временной координатой.— *Прим. перев.*

Но я тут толкую о *словах*, тогда как речь должна идти о *понятии*, понятии времени. В свое время я говорил о временно́м порядке событий, о том, что одно событие в истории частицы происходит раньше (или позже) другого. Все это правильно, но понятие наполняется физическим смыслом, только когда сказано, что́ и как тут можно измерить, и никакой *порядок во времени* не есть само *время*. Без понятия времени нам никак нельзя дальше обойтись, поэтому начнем беседовать о нем, прежде всего в рамках привычных нам представлений.

Люди в обычной обстановке следят за временем по часам, ход которых время от времени проверяют по сигналам, транслируемым по радио или телевидению. Эти сигналы времени передаются из астрономических обсерваторий и отсчитываются там по кажущемуся вращению небосвода, которое является следствием действительного вращения Земли. Выходит, что измерение времени связано с небесной механикой, и правильно говорить, что время в обычном его понимании есть независимая переменная t, входящая в ньютоновские уравнения движения, которые управляют небесной механикой, и что измерение времени связано с решением этих уравнений. В качестве простейшей иллюстрации этой идеи рассмотрим тело, движущееся в отсутствие сил. Тогда время пропорционально пути, пройденному телом. В ньютоновской механике, таким образом, *время* измеряется через *расстояние*. И именно расстояние является основным понятием в ньютоновском мире — вы измеряете его с помощью абсолютно жесткого измерительного стержня.

Посмотрите на начало предыдущего абзаца и обратите внимание на то, что я начал его с Д-мира — с людей, поглядывающих на часы, сверяющих их с сигналами времени, с наблюдения за вращением небесного свода. А закончил я этот абзац, погрузившись в M_1-мир Ньютона с уравнениями движения, с независимой переменной t, с расстояниями, измеряемыми абсолютно жестким стержнем. Довольно трудно удержать эти два мира поодаль друг от друга, но мы должны это делать, поскольку M_1-мир Ньютона липнет к ногам любого желающего перемахнуть в M_2-мир теории относительности.

Поэтому вытрем ноги и вернемся в наш уютный Д-мир,

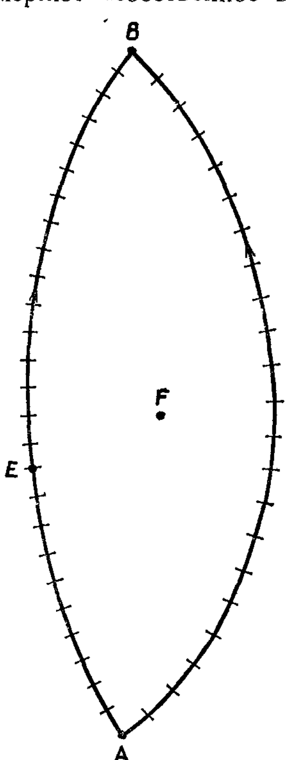
в котором все происходит на самом деле и из которого изгнана, по крайней мере пока, эта сумасбродная игра под названием «математика». Ну не странно ли, что нам почему-то необходимо иметь дело с кажущимся движением звезд для того, чтобы ввести такое фундаментальное понятие, как понятие времени? Разве нельзя обойтись обыкновенными механическими часами, только хорошо сделанными? Ведь все, что нужно, казалось бы,— это чтобы их механизм каждый раз показывал одно и то же при одних и тех же условиях. Достаточно привести в пример песочные и водяные часы. Но это слишком грубые часы. Лучше взять часовой механизм с балансирным колесиком и регулятором хода. Но мы, кажется, снова теряем из виду простое представление, заслоняя его сложностью часового механизма.

Для разнообразия можно привлечь к делу еще и атомные часы. Довольно сложно описать, как на самом деле работает их «механизм», но для нас сейчас это несущественно. В общих словах можно сказать, что атом можно возбудить на некоторый уровень энергии, перебираясь с которого на более низкий уровень, он будет испускать излучение с частотой (числом колебаний за одну секунду), определяемой типом атома и двумя выбранными уровнями энергии. Мы можем говорить, что атомные часы тикают со строго определенной частотой — идут — и показываемое ими время с поразительной точностью согласуется с обычным астрономическим временем. Становится модным определять единицу времени по показаниям атомных часов, а астрономическое время считать вторичным *.

Хотя физикам для построения теории атомных часов приходится погружаться в математический М-мир, сами эти часы, подобно вашим наручным часам, пребывают в Д-мире. Как обычно, чтобы составить представление о чем-либо, это что-то нужно извлечь из Д-мира, очистить и переплавить его в форму, отвечающую данному М-миру. Для M_2-мира теории относительности в качестве измерителя времени мы выберем атомные часы и будем считать, что

* Это уже перестало быть модой, а стало законом. Атомные часы обладают значительно более высокой равномерностью хода, чем вращение Земли вокруг Солнца. По этой причине сегодня эталоном единицы времени — секунды — стали «показания» атомных часов, а не звездного неба.— *Прим. перев.*

такими часами можно снабдить каждую частицу. Поскольку в нашем M_2-мире существует только эта разновидность часов, я далее сниму поясняющее слово «атомные». Некоторые авторы любят говорить, что эти «эталонные часы» измеряют «собственное время», я же буду точно в том же смысле использовать более простые слова: «часы измеряют время».



Фиг. 9.1. Рисунок иллюстрирует понятие времени и разбивает «парадокс часов».

О времени за многие прошедшие века наговорено столько всего, что я буду чрезвычайно рад, если мне на этих страницах удастся пробиться к вам с моим пониманием времени. Я сказал «мое», но это не из тщеславия, а, напротив, из скромности. Я не уверен, что Эйнштейн одобрил бы все, что я говорил, и сейчас, возможно, здравствуют некоторые специалисты по теории относительности, которые тоже смотрят на время по-иному. Однако в целом, я думаю, мое понимание времени совпадает с ортодоксальным представлением о нем. Едва ли стоит высказывать намеренно еретические взгляды только из желания быть оригинальным. Повторяю, что я здесь излагаю свое понимание времени в M_2-мире теории относительности, но если у кого-либо из моих читателей имеется другое, то он может предложить мне его. Пойму я его или нет, это уже иной вопрос.

Чтобы подкрепить наши доводы, понадобится пространственно-временна́я диаграмма. С этой целью я нарисовал фиг. 9.1. Этот чертеж служит еще одной цели: он призван доказать бессмысленность того, что называется «парадоксом часов». Для иллюстрации понятия времени нам было бы достаточно одной мировой линии. Обратите внимание на мировую линию слева. Она простирается от

события A до события B и несет на себе стрелу времени, указывающую последовательность событий во времени. Черточки на мировой линии суть отметки некоторых событий — тиканья часов, идущих на частице. Для простоты я и A, и B тоже считаю «тик-таками» и (опять же по соображениям удобства) разместил между A и B 25 промежуточных «тик-таков».

При переходе в направлении, указанном стрелкой, от одного «тик-така» к следующему за ним время возрастает на одну единицу. Нуль отсчета времени можно выбрать в любом месте мировой линии. Выберем его в точке A. Тогда время в точке B по часам, путешествовавшим вместе с частицей по левой мировой линии, составит 26 единиц. Аналогично время события E составит 10 единиц. Вот и все, что я хотел сказать о понятии времени в связи с левой мировой линией.

А теперь обратимся к правой мировой линии, на которой я сделал 21 промежуточную отметку времени. Если попрежнему за нуль отсчета времени выбрать A, то время события B по часам, путешествовавшим по правой мировой линии, составит 22 единицы.

Где-то допущена ошибка? Должен ли я сделать на обеих мировых линиях одинаковое число отметок времени? Конечно же, нет. В самом деле, я мог бы интервал времени между событиями A и B сделать независимым от истории часов, которые зарегистрировали два интервала, и этого нам было бы вполне достаточно, чтобы войти в наш M-мир. Однако время в теории относительности индивидуальное, а *не* общее. И если мы пытаемся сделать интервал времени независимым от истории часов, то мы по существу приходим к абсолютному времени и оказываемся снова в M_1-мире Ньютона, а не в M_2-мире теории относительности. Вот почему, когда мы рисуем пространственно-временной чертеж, подобный фиг. 9.1, мы должны в общем случае, делая отметки времени, сделать их разное число на двух мировых линиях. (Я написал слова «в общем случае» потому, что в частном случае могут встретиться такие симметричные условия, что эти два числа окажутся одинаковыми.)

Некоторые испытывают определенное отвращение к мысли (или к тому представлению, которое свойственно теории относительности) о том, что величина временно́го интервала

зависит от истории часов, на которых он отсчитан, и эти люди назвали такое положение парадоксом часов. Разумеется, никакого парадокса здесь нет, есть просто фундаментальное утверждение теории относительности *.

Кроме двух мировых линий, я изобразил на фиг. 9.1 еще одно событие F, не лежащее ни на одной из этих линий. Каково время события F? Я поставил этот наивный вопрос специально затем, чтобы подчеркнуть его нелепость. Время индивидуально, а не всеобще, а F не имеет индивидуальности в том смысле, что здесь не содержится никакого указания на часы, история которых должна была бы включать и событие F. Может быть, можно найти такие часы, которые включат в свою историю события и A, и F, а может быть, и нельзя (существует важное ограничение, которое мы рассмотрим позже). Если бы такие часы нашлись, то время события F (при нуле времени в A) зависело бы от мировой линии, связывающей A и F. Поэтому на вопрос в том виде, в каком он поставлен в начале абзаца, нельзя дать никакого определенного ответа.

Я говорил о частицах, снабженных часами, потому что может показаться нелепым представление о движущейся точке (без размеров), несущей на себе механизм для регистрации времени. Однако я думаю, что при попытке смешать M_2-мир и Д-мир может возникнуть еще и не такая нелепость. С точки зрения M_2-мира мы имеем мировые линии, или кривые в четырехмерном пространстве-времени, с отметками времени на них, и в этом нет ничего нелепого — это совершенно правильное математическое представление. С точки зрения Д-мира мы видим, например, два корабля в океане (размеры кораблей должны быть очень малень-

* Вообще говоря, Синг «отбился» от этого вопроса. Парадокс часов, конечно, существует. По своему смыслу «парадокс» — это мнение, резко расходящееся с общепринятым, противоречащее по видимости или действительно здравому смыслу. Легко видеть, что в данном случае все компоненты этого определения налицо. То, что показания часов зависят от их истории, иными словами, что время в данной системе отсчета может идти быстрее или медленнее в зависимости от ее движения, многими еще и сегодня осознается с трудом. Интересующиеся этим вопросом могут обратиться, например, к книге Л. Бриллюэна «Новый взгляд на теорию относительности», изд-во «Мир», 1972, где парадокс часов рассмотрен очень просто и изящно.— *Прим. перев.*

кими по сравнению с расстоянием между ними), снабженные очень точными хронометрами, и здесь нет ничего нелепого. Вместе с тем, скажем, для целей астрономии «частицей» может служить Земля, а часами — хронометр в астрономической обсерватории.

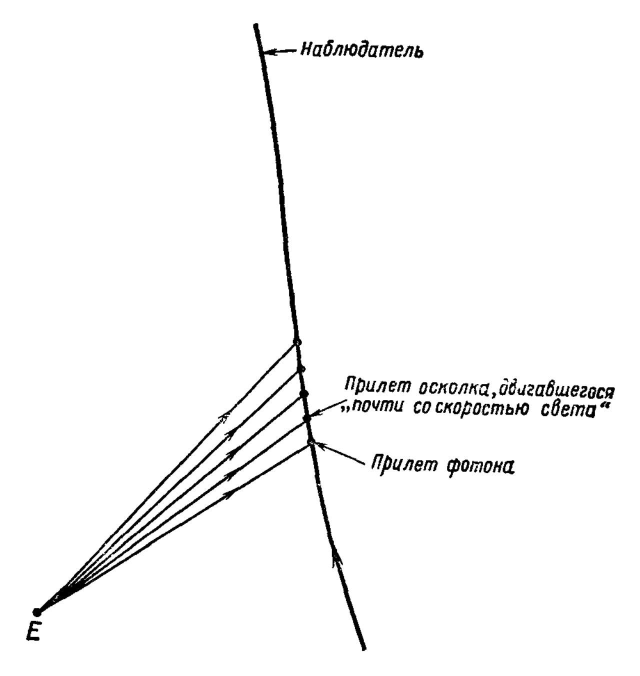
Но если нет никакой бессмыслицы, когда говорят о частице, несущей часы, то этого нельзя уже сказать о несущем на себе часы фотоне (или световом сигнале). И все же я буду прибегать к такому представлению, хотя и понимаю, что это недостижимый предел даже в M_2-мире. Вероятно, лучше было бы подождать, пока мы не подойдем к математической структуре теории относительности, но есть ряд замечательных фактов (лучше всего их было бы рассматривать как математические следствия структуры теории), столь интересных, что извинительно попытаться познакомить вас с ними уже сейчас.

Чтобы составить о них представление, вообразим, что в Д-мире есть мощная бомба. Эта бомба взрывается, наблюдатель видит вспышку, а затем он ухитряется собрать осколки бомбы без вреда для себя. Таким образом, он участвует в последовательности событий — наблюдении вспышки и сборе осколков, причем сначала он наблюдает вспышку.

Теперь идеализируем эту картину. Нарисуем мировую линию наблюдателя, как показано на фиг. 9.2, на которой я уже не делаю отметок времени по его часам. Изобразим затем событие (взрыв) E и мировые линии осколков бомбы и световой вспышки. Пока все это очень близко к действительности, но вот теперь я предположу, что на каждом осколке летят его собственные часы, установленные на нуль в точке E и тикающие в полете. Кроме того (что уж и вовсе фантастично), я возьму бомбу столь большой мощности, что некоторые из ее осколков достигнут наблюдателя сразу же после вспышки; «сразу же после», разумеется, относится к измерению времени по часам наблюдателя. (Мы могли бы сказать, что осколки летят «почти со скоростью света».)

Теперь мы будем иметь дело с совокупностью показаний часов, установленных на осколках, прилетевших к наблюдателю сразу же вслед за вспышкой света. Оказывается (в M_2-мире), что показания всех этих часов так близки

к нулю, словно часы и не шли. Вовсе не было бы случайностью, если бы они вообще стояли в полете от места взрыва бомбы до наблюдателя. И этот факт мы можем выразить в законно упрощенной форме: отождествляя фотон с этими быстрыми частицами, мы говорим, что *на фотоне часы вообще не идут*.



Ф и г. 9.2. Часы на фотоне не идут.

Чтобы закончить разговор об этом, вернемся к «Мэри-Джейн» и «Пенелопе», совершающим уже другое путешествие из Азама в Безам. Как раз в это время капитаны решили закрыть радиорубки и для выяснения того, одновременно ли они завтракают, использовать свои отличные хронометры. Когда корабли стояли борт о борт в Азаме, хронометры были тщательно сверены и было установлено, что оба они

идут совершенно одинаково. Поскольку в это время корабли стояли рядом, надобности в посылке сигналов не было.

Затем корабли вышли в море, и оба капитана каждое утро садились завтракать в 8 часов — в условленное время. Оба корабля прибыли в Безам ночью и отшвартовались борт о борт у стенки причала. Однако, когда капитан «Мэри-Джейн», садясь следующим утром за завтрак, взглянул в иллюминатор, он увидел, что капитан «Пенелопы» уже расправился с яйцом. «Обманщик!» — вскричал он и кинулся по сходням на причал, готовый убить своего коллегу. Он ожидал увидеть на хронометре «Пенелопы» ровно 8 часов, однако, к его изумлению, хронометр показывал 8 часов 10 минут.

«Выкинь этот проклятый хронометр за борт!» — крикнул он капитану «Пенелопы». Но тот проходил специальный курс навигационной теории относительности и знал, что произошло. Оба корабля вместе вышли в плавание, вместе пришли и к тому же следовали одинаковым курсом. Но в то время как «Пенелопа» всю дорогу шла первой, «Мэри-Джейн» приходилось время от времени останавливаться из-за неполадок в машинном отсеке, а затем нагонять «Пенелопу». Конечно, «Мэри-Джейн» — это не фотон, но она вела себя в несколько «фотонной» манере, перемежая остановки и быстрый ход. В результате этих маневров хронометр на «Мэри-Джейн» шел медленнее, чем на «Пенелопе».

Вряд ли я должен добавлять, что Безам находится очень далеко от Азама.

* * *

На фиг. 9.3 показана мировая линия наблюдателя. Он посылает световой сигнал в момент t_1 по своим часам. Точка E обозначает событие на мировой линии этого сигнала. Сигнал отражается в этой точке и возвращается к наблюдателю в момент t_2 опять же по его часам.

Таким образом, имеются только два числа, t_1 и t_2, но, зная их, наблюдатель может по желанию определить расстояние до события E и время его наступления. Однако поскольку мировая линия наблюдателя тесно связана с самим фактом наблюдений, то желательно подчеркнуть

эту связь, введя слово «относительный», и в соответствии с этим мы запишем:

$$\text{Относительное расстояние} = D = \frac{1}{2}(t_2 - t_1),$$

$$\text{Относительное время} = T = \frac{1}{2}(t_2 + t_1).$$

Вряд ли можно придумать что-нибудь проще. Относительное расстояние есть половина интервала времени между отправкой и возвращением сигнала, а относительное время есть полусумма этих двух отметок времени.

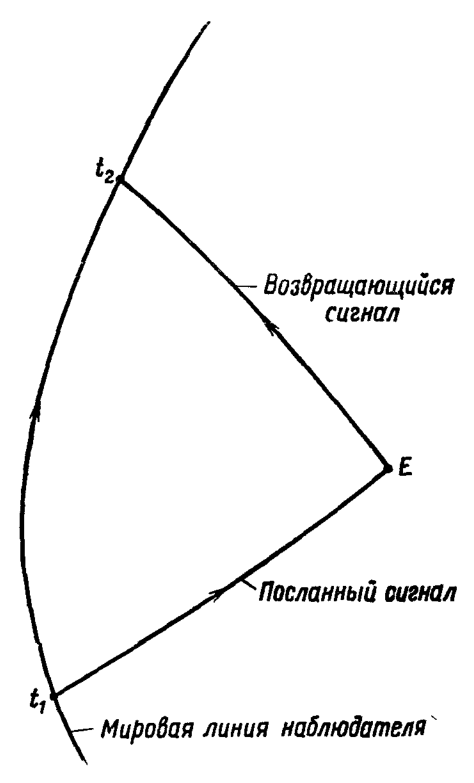
Ситуация, изображенная на фиг. 9.3, ни в коей мере не является фантастической. Она имеет место, когда вы бреетесь перед зеркалом; при этом мировая линия относится к вашему глазу, а E — к событию в истории зеркала. Относительное расстояние между вами и зеркалом равно половине времени, нужного свету для путешествия от глаза к зеркалу и обратно. Мы довольно неповоротливые создания (вы и моргнуть не успеете, а сигнал уже вернулся в ваш глаз), и по этой причине нам удобно использовать разные единицы для расстояния и времени.

Мы пишем:

$$D = \frac{1}{2}c(t_2 - t_1),$$

где c — очень большое число, если мы решили измерять D в сантиметрах, а время в секундах, а именно $c = 3 \cdot 10^{10}$. Я намеренно не сообщаю вам, что это число c есть скорость света, поскольку это может только вызвать путаницу. Я предпочитаю более простой подход, а именно определять расстояние непосредственно в единицах времени, нужного свету для путешествия туда и обратно. Я повторяю: *туда и обратно*, а не только *туда* или только *обратно*, потому что мы не располагаем никакими возможностями измерять интервалы времени для половины такого пути. В самом деле, поскольку, как уже сказано, «часы на фотоне не идут», мы можем оказаться в занятном положении, говоря, что исходящий от нас сигнал, равно как и возвращающийся к нам, не затрачивает на свое движение никакого времени, тогда как на самом деле полное путешествие сигнала требует определенного времени, а именно $t_2 - t_1$. Но если вам

это кажется действительно противоречием, то, значит, из вашей головы все еще не полностью выветрились классические представления.



Фиг. 9.3. Относительное расстояние и относительное время.

В классической физике понятия расстояния и времени являются основополагающими. Когда приверженец классической физики размышляет о посылке сигнала на Луну и возвращении этого сигнала, он *начинает* с представления о том, что в некоторый момент времени Луна находится на некотором *расстоянии* от него, и любое наблюдение, которое он проводит, предназначено для измерения *именно*

этих величин. С точки зрения же теории относительности упомянутых величин попросту не существует. В теории относительности отсутствует такое понятие, как расстояние от Земли до Луны. Оно подлежит определению через время. И мы *определяем* расстояние простейшим способом, записывая $D = \frac{1}{2}(t_2 - t_1)$. В равной мере в теории относительности не существует понятия о моменте времени (в шкале времени наблюдателя), в который сигнал достигает поверхности Луны, и мы его тоже *определяем* соотношением $T = \frac{1}{2}(t_2 + t_1)$. В этих определениях D и T нет ничего такого «священного». Вы можете дать иные определения. Эти же лишь наиболее простые, и потому я буду придерживаться их в дальнейшем.

10

ГЛАВА

Элемент длины и кривизна поверхности

От представлений классической физики очень трудно отойти. Корни их уходят в повседневную жизнь и до сих пор в значительной мере питаются научным образованием. Если я мог бы заглянуть в свой собственный мозг, то уверен, что увидел бы в нем явный перевес классических идей над понятиями теории относительности. И я должен сознаться, что в целом предпочитаю проблемы классической физики релятивистским задачам, решаемым в теории относительности. Отчасти это связано с тем, что математика классических задач более проста (а значит, больше шансов найти интересное решение), а отчасти — с тем, что полет интуиции между M_1-миром и Д-миром более свободен, чем между Д-миром и M_2-миром теории относительности. Если кто-нибудь захочет подстрелить меня, то я, конечно, предприму интуитивные оборонительные действия, и в той мере, в какой за этими действиями стоит некая теория, она наверняка окажется ньютоновской теорией. Это может смутить мою совесть, поскольку я считаю, что теория относительности является более удовлетворительным приближением к действительности, однако в подобной неожиданной ситуации у меня не будет времени для сложных расчетов своих действий по этой теории. Да и в любом случае применение теории относительности лишь незначительно изменит описание поведения моего противника по классической физике, за исключением того маловероятного случая, когда он движется по отношению ко мне почти со световой скоростью и в качестве пуль использует космические лучи.

Признаемся откровенно, что размышления по поводу теории относительности сопряжены со значительным умственным напряжением. Видимо, некоторые ньютоновские идеи без труда проникают из подсознания и наводят порчу на непогрешимые (в смысле теории относительности) рас-

суждения. Я лично только при двух условиях могу противостоять этому греху: во-первых, если я нарисую «магическую» пространственно-временну́ю диаграмму (в классической физике ее не употребляют за ненадобностью) и, во-вторых, если я погружусь в математические формулы и обозначения, естественно связанные для меня с теорией относительности. В окружении одних лишь слов я сопротивляюсь этому греху неуверенно и если не делаю героических усилий, то легко соскальзываю на образ мышления классической физики. Опасность наиболее велика, когда я блуждаю в мире, созданном моим воображением.

Я говорил это все, чтобы подготовить вас к весьма приятному известию: в этой главе вы сможете отдохнуть, ибо ее темой будет обыкновенная геометрия, о которой мы уже кое-что говорили. Здесь не будет даже необходимости проводить четкое различение между Д-геометрией (макетами поверхностей, изготовленными из кожи или гипса, измерениями на таких поверхностях, проводимых с помощью натянутых нитей, и т. п.) и М-геометрией (линиями и поверхностями, не имеющими толщины, всеми без исключения строго логическими рассуждениями и т. п.). Как я уже сказал, вы сможете в этой главе отдохнуть — она написана с единственной целью дать основу для аналогий в теории относительности.

Итак, представьте себе, что скульптор обтесал кусок мрамора и изваял из него статую — предмет с криволинейной поверхностью. Как можно точно описать получившуюся поверхность?

Наиболее последовательный способ сделать это состоит в том, чтобы установить систему осей координат x, y, z и описать поверхность некоторым уравнением $f(x, y, z)=0$. Если, например, эта поверхность представляет собой сферу единичного радиуса, то уравнение выглядит так:

$$x^2+y^2+z^2-1=0;$$

если же эта поверхность принадлежит эллипсоиду с полуосями длиной 3, 3 и 2 единицы, то ее уравнение имеет вид

$$4x^2+4y^2+9z^2-36=0.$$

Поверхности статуй описываются не столь простыми урав-

нениями, за исключением, быть может, модернистских скульптур, но вряд ли можно сомневаться в том, что такие уравнения вообще существуют.

Описывая поверхность таким способом, мы рассматриваем ее как бы погруженной в трехмерное пространство (используем при ее описании все три пространственные координаты). Однако на пути к теории относительности следует поискать более приемлемый способ описания. Для наших целей фактически необходимо рассматривать поверхности как бы сами по себе, вне их связей с трехмерным пространством. Эту мысль лучше всего проиллюстрировать, пожалуй, такой историей. Некий богач решил поставить статую жены на лужайке перед своим дворцом. Он пригласил знаменитого скульптора и с той поры не мог больше ни о чем думать, как о том дне, когда он вернется домой, а статуя уже будет стоять на пьедестале посреди лужайки. Наконец этот день настал: на постаменте стояла отличная статуя, но совершенно нагая! Это шокировало нашего богача, и он предложил накинуть на статую хотя бы халат. Однако его жена и скульптор решительно воспротивились этому. В конце концов был достигнут компромисс: статуя покрывается облегающей одеждой, которая целиком закрывает тело, но точно следует всем его формам. Пригласили на консультацию опытного и ученого портного. Он заявил, что это вовсе не так просто сделать, как могло бы показаться, что «задачу о портном» даже математики нашли трудной для решения. Эта задача, пояснил портной, состоит в том, чтобы плотно покрыть искривленную поверхность прямыми кусками ткани, изготовленной из абсолютно нерастяжимых волокон. Но при этом ткань неизбежно должна была морщиться. Чтобы платье хорошо сидело, следовало бы, наоборот, использовать материал, свободно растягивающийся по всем направлениям, но наш портной не умел работать с таким материалом.

И он предложил просто замазать статую краской. Но этот план не прошел, и задача попала в руки геометру, который заявил, что все дело в том, чтобы определить элемент длины женщины. Геометр сказал, что он не намерен конструировать облегающее одеяние, он просто хочет разъяснить, о чем идет речь. А речь шла о внутренней геометрии поверхностей.

Мне не хотелось бы, однако, связывать ее исключительно с прикрыванием голых статуй. Достаточно напомнить о покрытых тканью теннисных мячах или кожаных оболочках футбольных мячей. Здесь тоже материал приходится кроить так, чтобы он плотно облегал криволинейную поверхность.

При обсуждении внутренней геометрии поверхностей ваши мысли получат правильное направление, если вы представите самого себя в виде двумерного объекта, который привязан к некоторой поверхности, но может перемещаться по ней. В этом, однако, есть некая трудность: пищеварнтельный канал вдоль всего тела разделит вас на две различные части, которые распадутся, если не принять специальных мер. Лучше, пожалуй, пойти на компромисс: представьте себя в виде крошечного трехмерного жука, ползающего по поверхности.

Во всяком случае, мы можем рассматривать себя таким образом, когда имеем дело с географией. И в самом деле, то, что мы называем географией земного шара, есть в сущности один из частных случаев внутренней геометрии. Следовало бы лишь заметить, что внутренняя геометрия земной поверхности слишком уж проста, поскольку Земля имеет близкую к сферической форму.

Итак, представим себя жуками на некоторой поверхности с мерными лентами для измерения расстояния на ней. Ясно, что для проведения таких измерений ленты следует выкладывать по поверхности. Чтобы говорить о геометрии поверхности, мы должны ввести координаты на ней, скажем (x_1, x_2), наподобие широты и долготы на земной поверхности. Важно, однако, заметить, что широта и долгота — это в высшей степени привилегированные координаты (мы все пользуемся ими по этой причине), тогда как в общем случае такие простые координаты на поверхности могут оказаться неприменимыми. Тогда, как часто бывает при подобных обстоятельствах, мы бросимся в другую крайность и примем, что координаты на поверхности можно выбирать совершенно произвольным образом; например, мы должны быть готовы перейти от пары координат (x_1, x_2) к паре же (y_1, y_2), причем игреки суть функции иксов и определяют ту же точку на поверхности, что и иксы.

Может показаться, что об измерениях на поверхности нельзя сказать ничего интересного и вразумительного, если не оговорить предварительно, о какой именно поверхности идет речь. Однако это не так, мы можем вполне удовлетвориться одними общими положениями. Наиболее фундаментальное из этих положений состоит в следующем.

Пусть P и Q — соседние точки на поверхности, и пусть (x_1, x_2) — координаты P, а (x_1+dx_1, x_2+dx_2) — координаты Q, где dx_1 и dx_2— бесконечно малые величины. Тогда расстояние ds между точками P и Q — тоже бесконечно малое, и (это и есть самое интересное) квадрат его является *квадратичным* выражением относительно dx_1 и dx_2:

$$ds^2 = A_{11}dx_1^2 + 2A_{12}dx_1dx_2 + A_{22}dx_2^2, \qquad (10.1)$$

где коэффициенты A_{11}, A_{12} и A_{22} являются функциями координат x_1 и x_2. Эта величина ds^2 называется *линейным элементом* или *элементом длины* данной поверхности *. То, что элемент длины можно представить в такой форме, вытекает из того, что наша поверхность находится в трехмерном евклидовом пространстве, элемент длины для которого можно выразить через $dx^2+dy^2+dz^2$. Однако давайте тут же выберемся обратно из трехмерного евклидова пространства на нашу поверхность, возьмем на заметку написанное выше выражение и двинемся с ним дальше.

Для иллюстрации элемента длины рассмотрим сначала случай, когда поверхность представляет собой идеальную плоскость. В этом случае мы можем выбрать такие специальные координаты, что в них

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2,$$

иначе говоря,

$$A_{11}=1, A_{12}=0, A_{22}=1.$$

В качестве второго примера возьмем сферу и примем x_1 за широту, а x_2— за долготу. Тогда

$$ds^2 = r^2dx_1^2 + r^2\cos^2 x_1 dx_2^2,$$

где r — радиус сферы; в этом случае

$$A_{11}=r^2, \quad A_{12}=0, \quad A_{22}=r^2\cos^2 x_1.$$

* Точнее говоря, ds^2 есть *квадрат* элемента длины ds.—*Прим. перев.*

Дифференциальная геометрия представляет собой чарующий раздел математики, однако у нас нет времени глубоко вникать в нее. Нам понадобятся еще лишь некоторые ее понятия, прежде чем мы будем готовы к восприятию их подобий в теории относительности.

Давайте немного подсократим довольно длинное выражение для элемента длины [соотношение (10.1)]. Это можно сделать по меньшей мере двумя способами. Согласно одному из них, я ввожу коэффициент A_{21}, равный A_{12}, и, хотя у меня в соотношении (10.1) присутствуют всего лишь три функции координат, я представляю их в еще более компактной, так называемой матричной, форме:

$$A=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}, \qquad (10.2)$$

где буква A теперь обозначает совокупность всех четырех (фактически только трех) коэффициентов. Это *симметричная матрица* 2×2; для удобства дальнейших ссылок ее можно называть *метрической матрицей*, поскольку с ее помощью измеряются расстояния; отдельные составляющие этой матрицы можно называть *компонентами метрического тензора* (об этом см. подробнее главу 12).

Однако я не хочу перегружать нашу беседу специальными терминами, нужными лишь, если бы я собирался вдаваться в подробности. Я ввел метрическую матрицу лишь затем, чтобы записать выражение для элемента длины в виде

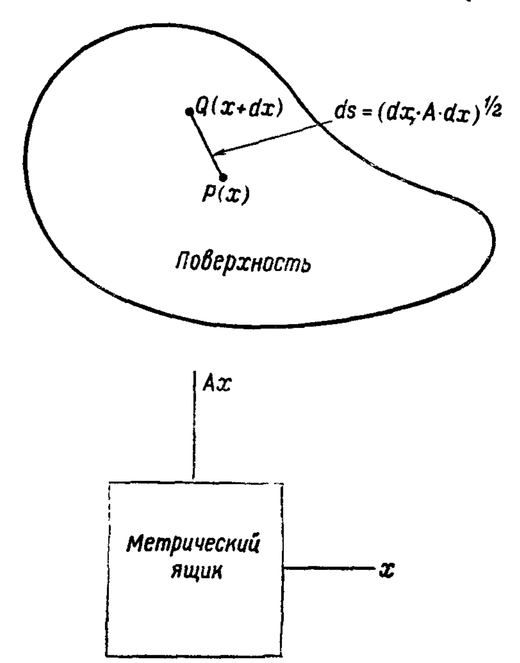
$$ds^2=dx\cdot A\cdot dx, \qquad (10.3)$$

но я не собираюсь разъяснять структуру этой формулы, используя понятие произведения матриц. Достаточно сказать, что (10.3) — это удобная сокращенная запись соотношения (10.1), она содержит ту же информацию, но записанную более коротко, а это в конечном счете является главной целью любого хорошего обозначения в математике.

Если для обозначения пары координат (x_1, x_2) использовать одну букву x, то зависимость коэффициентов A_{11}, A_{12} и A_{22} от (x_1, x_2) можно записать просто как Ax (сравните с тем, как мы это делали в главе 4), и мы можем даже

изобразить на фиг. 10.1 функциональный ящик, который напомнит нам об этом.

Если выбрать три функции Ax произвольно, то мы можем прийти к абсурдным результатам. Для примера достаточно



Фиг. 10.1. Элемент длины и метрический функциональный ящик.

привести чрезвычайно простой на вид выбор:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

который даст нам для элемента длины

$$ds^2 = dx_1^2 - dx_2^2.$$

Теперь $ds^2=0$, если $dx_1=dx_2$, и, что еще хуже, ds^2 становится отрицательным (а ds — мнимым), если $dx_2>dx_1$.

Но это абсурдно, что расстояние между двумя различными точками может быть равным нулю, и еще более абсурдно, что оно может стать мнимым. Поэтому мы должны упорядочить свой выбор функции Ax так, чтобы сделать ds^2 всегда положительным. На языке математики это звучит так: *квадратичная форма $dx \cdot A \cdot dx$ должна быть положительно определенной*. Это столь очевидно, что, казалось бы, не требует специального упоминания. Однако очень существенно, что в теории относительности это как раз вовсе не так.

Чтобы провести на плоскости прямую линию, мы должны плотно натянуть веревку между двумя точками. На земной поверхности прямых линий нет. Есть лишь большие круги, которые можно провести на глобусе, натянув нитку между любыми его точками. Это можно сделать вообще на любой поверхности, и подобные линии называются *геодезическими*. Геодезические линии принадлежат именно внутренней геометрии поверхности; это обусловлено тем, что способ их проведения (натягивание веревки или нитки) не требует, чтобы мы выходили из этой поверхности.

Любая линия на поверхности имеет длину, и мы обозначим ее $\int ds$. Это математическое обозначение говорит о том, что мы складываем длины всех бесконечно малых кусочков линии, на которые ее можно разрезать. Геодезические линии тогда описываются формулой

$$\delta \int ds = 0, \qquad (10.4)$$

которая всего лишь означает, что если вы будете раскачивать геодезическую линию как веревку, то изменение ее длины (или *вариация* длины, обозначенная символом δ) будет много меньше, чем амплитуда раскачки. Действительно, формула (10.4) говорит о том, что длина геодезической имеет *постоянное*, хотя и не обязательно минимальное значение. Поэтому целесообразно переформулировать наше определение геодезической линии и назвать ее линией постоянной длины. Смысл такого переопределения становится очевидным, когда мы рассматриваем сферу, любые две точки на которой связаны *двумя* геодезическими линиями, из которых только одна имеет минимальную длину.

В аналогичной ситуации в теории относительности свойство минимальности геодезических линий исчезает, но зато свойство постоянства (стационарности) их длин остается.

* * *

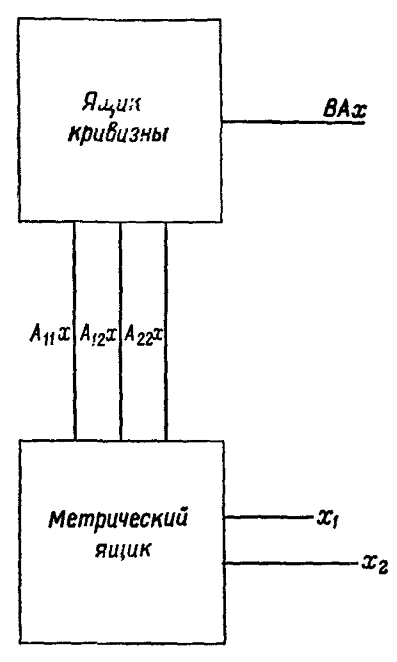
Однажды два жука, ползая по поверхности мяча, разошлись во мнениях о том, предназначен ли этот мяч для футбола или для регби. Впрочем, мнения обоих жуков расходились почти по любому поводу. Один из них предпочитал одну систему координат, другой — другую. И в результате, хотя они оба были согласны в том, сколько сантиметров составляет расстояние между некоторой парой соседних точек на мяче, метрические матрицы у них выглядели совершенно разными. Жуки соглашались также с тем, что некоторые линии у них являются геодезическими, но опять же уравнения этих линий у обоих жуков выглядели совершенно несхожими. Тогда они решили обратиться к *инвариантам*, а именно к таким характеристикам, вид которых не зависит от выбора координат.

Они нарисовали треугольник, стороны которого были геодезическими линиями, и измерили углы между ними, оказавшиеся в самом деле инвариантами. Жуки обнаружили, что сумма всех углов треугольника больше, чем два прямых угла, и остановили свое внимание на этом *избытке*, который также был инвариантом. Затем они установили, что инвариантом является и *площадь* треугольника, так что неплохо было бы подсчитать отношение избытка к площади. По поводу этого отношения выяснилась одна совершенно удивительная вещь.

В некотором месте поверхности жуки нарисовали десять маленьких треугольников, все одинаковой площади, но различной формы, и промерили на них десять избытков; все они оказались одними и теми же. И действительно, отношение избытка к площади для маленьких треугольников тоже есть инвариант, который не зависит ни от выбора системы координат, ни от формы треугольника.

Жуки решили назвать это инвариантное отношение *кривизной* поверхности и обозначили его буквой B. Теперь каждый из жуков твердо сказал самому себе, что *его* эле-

мент длины должен содержать в себе всю геометрию поверхности и что должна существовать возможность вычислить *B* через посредство *его* *Ax*. Вместе с тем каждый жук знал, что его собрат предпочитает другое *Ax*, поскольку любит использовать другую систему координат. И поэтому казалось



Фиг. 10.2 Метрический ящик и ящик кривизны.

невероятным, что, исходя из столь различных отправных точек, можно двумя путями прийти к *одному и тому же* значению *B*.

Однако это удалось на самом деле. Существует определенная предписанная последовательность операций, которые следует совершить над метрической матрицей *Ax*, и если выполнить это предписание, то результат окажется не зависящим от используемой системы координат. Таким образом, выходит, что существует такой *оператор* (без

боязни запутаться его можно обозначить тоже через B), что BAx есть инвариантная кривизна. Нам нет нужды раскрывать смысл B подробно, достаточно сказать, что он требует от нас дважды продифференцировать Ax по координатам x, а затем составить некоторую комбинацию из Ax и первых со вторыми производных от Ax. Существенно указать, что этот оператор B получен один раз навсегда для *всех* возможных поверхностей, и его открытие (Гауссом) имело чрезвычайную важность, в частности и для нас сейчас, давая нам в руки ценную аналогию для путешествия в теорию относительности.

На фиг. 10.2 (которую можно сравнить с фиг. 4.4) сказанное выше выражено с помощью функциональных, или операторных, ящиков. Когда один из жуков бродит по поверхности, где оба они обитают, он меняет значения своих координат, т. е. по существу манипулирует стержнями, обозначенными x_1 и x_2. Эти стержни в свою очередь приводят в движение в метрическом ящике три стержня A_{11}, A_{12} и A_{22}, причем работа механизма внутри этого ящика определяется характером поверхности, на которой живут жуки. Наконец, стержни A через ящик кривизны приводят в движение стержень, обозначенный BAx. В отличие от механизма, заключенного в метрическом ящике, механизм в ящике кривизны благодаря гению Гаусса работает всегда одинаковым образом. Оба эти ящика суть операторные ящики, но двух различных типов.

Несколько слов по поводу термина «кривизна». Люди иногда испытывают затруднения, используя слова, которые не с чем непосредственно сравнивать. В данном случае сравнение можно пытаться провести, представив себе эту поверхность погруженной в трехмерное евклидово пространство. Тогда мы можем рассматривать кривизну относительно касательной плоскости. Но как только мы «оседаем» на поверхности (а это нам и придется делать в теории относительности), никакого трехмерного пространства для проведения сравнения у нас уже нет, и все, что нам остается,— это считать, что термин «кривизна» просто описывает свойства поверхности, которые получаются из измерений, выполненных на самой этой поверхности.

Важно отметить, что если кривизна на всей поверхности обращается в нуль, то можно найти такую систему

координат, в которой элемент длины примет особенно простой вид:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2.$$

Поскольку это есть элемент длины для плоскости, мы можем сказать, что в данном случае поверхность *плоская*. В трехмерном же пространстве эта поверхность отнюдь не обязана выглядеть плоской: ею может быть и поверхность цилиндра.

11

ГЛАВА

Элемент длины и кривизна пространства-времени

Эта глава названа одинаково с предыдущей, за одним исключением: слово «поверхность» здесь заменено на «пространство-время». Так оно и должно быть, ибо мы собираемся провести аналогию, связывающую нечто сравнительно простое и знакомое со сложным и непривычным. Поэтому целесообразно было в той мере, в какой это возможно, и там и здесь использовать одни и те же слова. Но при этом произошла забавная вещь. В первом варианте названий обеих этих глав я написал слово «поверхность» (a surface) с неопределенным артиклем «а», а «пространство-время» (space-time) — без оного, а затем удивился, зачем это я так сделал *. Об этом стоит поразмыслить. В последнем варианте заголовка этой главы я все же этот артикль вставил. Почему я так поступил?

Рассматривая геометрию поверхностей, я не имел в виду какую-то определенную поверхность — футбольный мяч или мяч для регби, куриное яйцо или утиное, римский нос или нос турецкий. Я говорил обо всех поверхностях вообще, и слово «поверхность» (a surface) выражает именно этот общий смысл. Но когда я написал «пространство-время» без неопределенного артикля, я попал в ту самую ловушку, о которой столько раз предупреждал вас: я спутал Д-мир с M_2-миром (синдром Пигмалиона!). Существует одно-единственное пространство-время, в котором мы живем, и именно его следует называть «пространство-время» без неопределенного артикля «а», точно так же как мы обходимся без этого артикля, называя имя Джон Фердинанд Алоизий Смит. Однако, когда речь идет о M_2-мире, т. е.

* В английском издании этой книги перед словом «пространство-время» стоит неопределенный артикль «а», означающий, что (модельных!) пространств-времен может быть не одно, а много и что речь идет не об одном-единственном (реальном!), а лишь об одном из многих возможных в теории.— *Прим. перев.*

по существу о создании математических моделей Д-мира, то следует перестраивать воображение так, чтобы размышлять о моделях, которые существенно отличаются от Д-мира. Разумеется, можно говорить, что мы никогда не поймем чего-либо, если не зададимся вопросом, а что было бы, если бы мы это что-то немножко изменили. В самом деле, пространство-время, с которым мы будем иметь дело в этой главе, может весьма сильно отличаться от реального пространства-времени. Правда, это вовсе не такая уж произвольная модель, и ниже мы выпишем те ограничения, которые накладываются на произвол. Вот почему, даже рискуя прослыть педантом, я вставил неопределенный артикль в название этой главы. Но сделав такое пояснение, я в дальнейшем буду действовать по своему усмотрению.

Я сейчас представляю на ваше рассмотрение два параллельных списка, попрошу вас внимательно изучить их и отметить сходство и различия между ними. Левый столбец можно понять на основе тех сведений, которые вы получили при чтении предыдущей главы.

Нам будет много легче говорить о пространстве-времени, если вы представите себе, что это есть не что иное, как поверхность, размерность которой «раздута» с двух до четырех. Но вместе с тем между ними есть и большие различия, что видно из пунктов 5 и 6 нашего списка. В обычной геометрии вы не встретите неопределенных элементов длины, и по этому поводу нам следует потолковать.

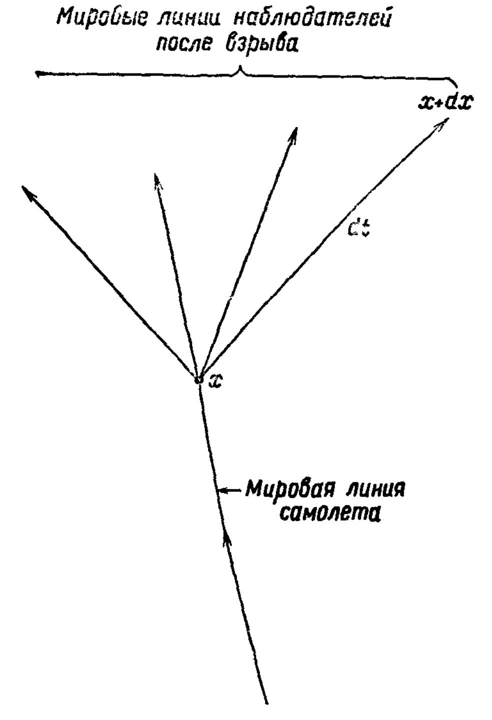
Но прежде чем обратиться к этим пунктам, давайте взглянем на предшествующие им. Первые три пункта должны быть ясными после прочтения предыдущих глав; кое-что новое представляет собой лишь четвертый пункт в правом столбце. Чтобы понять его, предположим, что разработан некий способ приписывания четырех координат x каждому событию в пространстве-времени. Допустим, что летит самолет и в нем сидят наблюдатели, каждый из которых снабжен часами, причем все часы синхронизированы. В некоторый момент самолет взрывается и наблюдатели разлетаются во все стороны.

Это изображено на пространственно-временно́м чертеже фиг. 11.1, на котором можно проследить за историей самолета до взрыва и за некоторыми из последующих историй летевших в нем наблюдателей. На чертеже показаны

	Поверхность		*Пространство-время*
1.	Два измерения.	1.	Четыре измерения.
2.	В общем случае нет специальных привилегированных координат.	2.	В общем случае нет специальных привилегированных координат.
3.	ds обозначает расстояние между соседними точками P и Q.	3.	dt обозначает интервал времени между соседними событиями P и Q в истории частицы.
4.	ds^2 есть квадратичный элемент длины, $dx \cdot A \cdot dx$, где A — симметричная метрическая матрица размерности 2×2.	4.	dt^2 есть квадратичный элемент длины, $dx \cdot A \cdot dx$, где A — симметричная метрическая матрица размерности 4×4.
5.	ds^2 положительно определено.	5.	dt^2 не определено.
6.	Задав любую точку P, можно выбрать координаты x так, чтобы в точке P выполнялось соотношение $$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2.$$	6.	Задав любое событие P, можно выбрать координаты x так, чтобы в точке P выполнялось соотношение $$dt^2 = -dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 + dx_4^2.$$
7.	Существует оператор B (один и тот же для всех поверхностей), такой, что BAx есть кривизна (одна функция).	7.	Существует оператор B (один и тот же для всех пространств-времен), такой, что BAx есть кривизна (совокупность 20 функций).
8.	Если $BAx = 0$ везде, то можно выбрать такие координаты x, что элемент длины всегда будет иметь простой вид, приведенный в п. 6 (плоская поверхность).	8.	Если $BAx = 0$ везде, то можно выбрать такие координаты x, что элемент длины всегда будет иметь простой вид, приведенный в п. 6 (плоское пространство-время).
9.	Геодезические линии удовлетворяют условию $\delta \int ds = 0$.	9а.	Геодезические линии удовлетворяют условию $\delta \int dt = 0$.
		9б.	Существуют нулевые геодезические линии, для которых $dt = 0$.
10.	Нить, плотно натянутая на поверхность, лежит вдоль геодезической.	10а.	Мировая линия свободной частицы есть геодезическая.
		10б.	Мировая линия фотона в пустоте есть нулевая геодезическая.

истории только четырех наблюдателей, хотя их могло быть и много больше.

Координаты взрыва обозначены через x (разумеется, x представляет собой четыре числа x_1, x_2, x_3, x_4), и $x+dx$ обозначает некое событие в последующей истории одного



Фиг. 11.1. Как экспериментально определить элемент длины пространства-времени.

из наблюдателей. Пока он летит от события x до события $x+dx$, его часы регистрируют некий временной интервал, скажем dt.

Далее, величина x является переменной (четырехзначной), поскольку взрыв мог бы произойти в любой точке мировой линии самолета. Величина dx также (четырехзначная) переменная, поскольку в самолете летел не один

наблюдатель, а множество их. В результате dt (или, если угодно, dt^2) есть функция восьми переменных (x, dx). Какого рода эта функция? Этот вопрос имеет чрезвычайно важное значение в теории относительности.

В том фантастическом эксперименте, который я описал, можно представить себе, что многие из разлетевшихся наблюдателей затем собрались вместе и сопоставили записи в своих блокнотах. Лишь после этого они смогли решить, что это за функция, о которой я говорил. В действительности такие вещи не случаются. Происходит накопление идей, простые идеи приводят к более сложным, затем наступает время догадок и гипотез, а они потом проверяются различными, чаще всего косвенными, способами. В нашем случае такой вдохновенный скачок мысли зафиксирован в четвертом пункте. dt^2 есть выражение, квадратичное относительно dx, коэффициенты в котором суть функции от x. Полное выражение довольно длинно выписывать; оно имеет примерно такой вид *:

$$dt^2 = A_{11}dx_1^2 + 2A_{12}dx_1dx_2 + \ldots + A_{44}dx_4^2,$$

где коэффициенты A суть функции x_1, x_2, x_3, x_4. Это я могу написать в компактном виде:

$$dt^2 = dx \cdot A \cdot dx,$$

где теперь A обозначает симметричную матрицу размерности 4×4. Существует и другой сжатый способ записи этого выражения, но я сейчас не буду его приводить (см. гл. 12).

Если вы пересчитаете коэффициенты A, то вы обнаружите, что, хотя в матрице их 16, по соображениям симметрии их остается только 10 *. Мне очень жаль, что их так много, но Вселенная создана именно такой, и нам с этим придется примириться.

До сих пор мы встретились с двумя интригующими загадками. Одна из них состоит в том, что время индивидуально, а не всеобще. Вторая — в том, что элемент длины

---

* То, что я обозначил A, обычно принято обозначать буквой g (я думаю, по той причине, что g — первая буква слова gravitation — «тяготение»), но символ A больше подходит для моих целей, поэтому я нарушил традицию.

** Имеется в виду, что $A_{ij} = A_{ji}$, где i, $j = 1, 2, 3, 4$.— *Прим. перев.*

(которым и измеряется это индивидуальное время) представляет собой квадратичную форму дифференциалов от координат. Приняв эти два положения, мы совершенно радикально отмежевываем M_2-мир теории относительности от M_1-мира классической физики в том, что касается основных понятий. Жаль, конечно, что для облегчения понимания нам приходится прибегать к фантастическим мысленным экспериментам. Наблюдатели во взрывающемся самолете получат не так уж много полезной информации, следя за своими часами, если при взрыве они полетят со скоростями, значительно меньшими скорости света. Можно придумать более реалистический мысленный эксперимент, представив себе взаимодействие элементарных частиц высокой энергии,— принцип останется тем же самым.

Вернемся к неопределенности элемента длины (пункт 5). Чтобы понять, что она означает, рассмотрим выражение

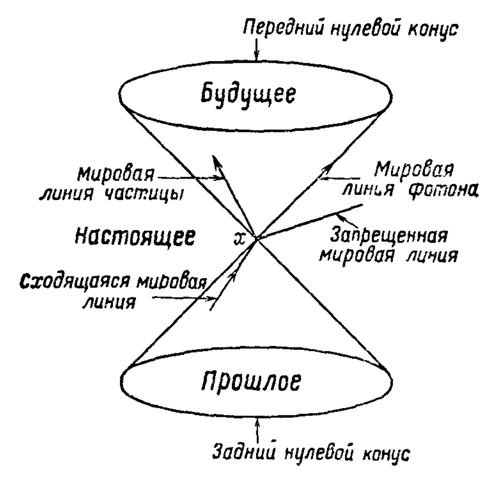
$$dt^2 = dx_1^2 - dx_2^2,$$

подобное тому, что было уже приведено на стр. 109. Это тоже *неопределенная* квадратичная форма, где слово «неопределенная» означает, что наше выражение может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Такая форма совершенно не встречается в геометрии поверхностей, но может существовать в теории относительности. Однако если, взглянув на квадратичную форму, приведенную в пункте 6, мы убедимся в том, что она отрицательна, тогда сразу же возникнет вопрос: если смещение dx вдоль мировой линии частицы таково, что dt^2 отрицательно (а значит, dt мнимое), то как должны идти часы, установленные на частице? Как можно зарегистрировать мнимый интервал времени? Ответ очень прост: никак нельзя. Не может так вести себя частица. И в самом деле, мировые линии частиц вовсе не произвольные кривые в пространстве-времени — все они такие, что dt^2 *положительно* *.

Сказанное требует пояснения чертежом, и мы даем его в виде очень примечательной пространственно-временной диаграммы на фиг. 11.2. Хотя этот чертеж никак не связан

* Отрицательный интервал dt^2 между событиями просто означает, что они принадлежат мировым линиям разных частиц т. е. между этими двумя событиями нет причинной связи. — *Прим. перев.*

со взрывающимся самолетом, этот пример удобно использовать при истолковании чертежа. Отметим прежде всего событие (взрыв) x, а также мировую линию одной из частиц (или одного из наблюдателей), выходящую из x и направленную в будущее. Эта мировая линия — лишь одна из множества возможных; множество это ограничено в силу того обстоятельства, что dt^2 должно быть положительным



Фиг. 11.2. Нулевые конусы.

и все эти мировые линии должны быть поэтому направлены в будущее. Они заполняют верхний конус, поверхность которого описывается уравнением $dt^2=0$; на поверхности конуса располагаются мировые линии фотонов (световой вспышки взрыва). Этот конус есть *нулевой конус*, или, более точно, *передний* нулевой конус, поскольку уравнение $dt^2=0$ определяет еще и *задний* нулевой конус *, также показанный на фиг. 11.2.

Если некая частица сближалась с самолетом и ударилась о него в момент взрыва, то ее мировую линию следует

* В русской литературе принято называть эти конусы соответственно (абсолютно) будущим и (абсолютно) прошлым световыми конусами.— *Прим. перев.*

изображать внутри заднего нулевого конуса (она называется «сходящейся мировой линией»). Любая линия в пространстве-времени, проведенная из точки x в направлениях, не попадающих в пару этих конусов, не может описывать историю какой бы то ни было частицы или фотона. Хотя я стараюсь избегать слова «быстрый», но тут я могу сказать, что подобная мировая линия должна была бы описывать движения «быстрее света».

Следует, однако, предостеречь от обманчивого впечатления, которое может вызвать фиг. 11.2. Изображенные на ней конусы похожи на обычные конические двумерные поверхности в трехмерном пространстве. Фактически же нулевой конус — это трехмерная поверхность в четырехмерном пространстве-времени. Но, пожалуй, лучше такого чертежа мы ничего предложить не можем.

Два нулевых конуса кое-что говорят о причинности. Событие x в общей вершине обоих конусов может стать причиной событий в переднем нулевом конусе и больше нигде во всем пространстве-времени. В свою очередь если само событие в x является неким следствием, то возможная его причина должна быть заключена в заднем нулевом конусе. Ни одно событие вне этих конусов не может стать ни причиной, ни следствием события x. В этом двойном конусе заключено все связанное с событием x, границы его — это границы причинности.

Все это можно выразить и по-другому, используя слова «раньше» и «позже» в несколько более широком смысле, нежели мы это делали прежде. Совершенно правильно говорить, что любое событие, заключенное в переднем нулевом конусе, происходит после события x, лежащего в его вершине. Ибо если история любой частицы включает в себя это событие и событие x, то в «личном опыте» частицы оно произойдет после x — в этом и состоит смысл показаний индивидуальных часов, установленных на этой частице. Так что можно говорить, что x произошло раньше такого события.

Аналогично можно сказать, что все события, заключенные в заднем нулевом конусе, совершились раньше, чем событие x.

Что, однако, можно сказать о событиях, находящихся вне обоих этих конусов? Ни одна частица не может вклю-

чать в свою историю и эти события, и событие x. Значит, не существует такой частицы, для которой можно было бы найти место события x в ее истории, и в этом случае утрачивается сама идея об упорядоченности во времени. События вне нулевых конусов не принадлежат ни будущему, ни прошлому. Применять слова «будущее» и «прошлое» можно лишь к обоим нулевым конусам, но не к остальному пространству-времени. На фиг. 11.2 я использовал также слово «настоящее», но с некоторым опасением. Можете ли вы сказать, что в «настоящее время» вы участвуете в каком-либо празднестве, если вы не имеете возможности послать кому-нибудь сообщение с поздравлением или получить подобное сообщение от кого-либо? Конечно, вы могли послать такое поздравление раньше, когда ваша мировая линия еще не покинула прошлого, а получить ответное поздравление потом, когда ваша мировая линия уже перешла в будущее, но в промежутке между посылкой и приемом поздравлений с праздником вы «некоммуникабельны». Вот почему вместо слова «настоящее» на фиг. 11.2 лучше было бы использовать термин «некоммуникабельность».

Покончив на этом с пунктами 4 и 5 на стр. 117, обратимся к пункту 6. В левом столбце говорится, что, задав любую точку P на поверхности, мы можем найти такие координаты, что в точке P

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2.$$

Это относится лишь к точке P, поскольку если бы это равенство выполнялось везде, то поверхность была бы плоской. Сказанное можно выразить и так: очень маленький элемент поверхности можно считать плоским. Иными словами, когда вы разбиваете клумбу, вам нет нужды учитывать кривизну земной поверхности. А когда же возникает такая нужда? Это зависит от площади вашего сада и точности, с которой вы работаете. Если вы патологически аккуратны, то вас может вывести из себя невозможность разбить клумбу в виде квадрата со сторонами в километр длиной, поскольку, строго говоря, изобразить квадрат на поверхности сферы нельзя. Теперь ясно, что пункт 6 требует некоторой осмотрительности. Иногда утверждают следующее: на бесконечно малых участках поверхность

плоская. Но это бессмыслица, поскольку вне зависимости от того, как будут выбраны координаты, кривизна поверхности никуда не исчезнет — она ведь инвариант.

Пункт 6 на стр. 117 и слева, и справа сформулирован технически правильно, но что касается физической интерпретации, то тут следует быть осторожными. Обычно принимается, что элемент пространства-времени является плоским, но это утверждение я посоветовал бы вам принимать с осторожностью, иначе может произойти путаница, если вы вздумаете разбивать свой четырехмерный сад в пространстве-времени. И давайте на этом покончим с шестым пунктом. Вообще говоря, он важен, но я не думаю, что мне придется возвращаться к нему снова.

Пункт 7 имеет дело с кривизной, и я уже достаточно подробно разобрал этот вопрос в предыдущей главе. Я напомню, что кривизна есть число, характеризующее каждую точку на поверхности. Если жуки, ползающие по поверхности, знают ее кривизну, то они смогут правильно спланировать свою жизнь на ней. Подобно пилотам двух самолетов, стартующих одновременно на Северном полюсе и направляющихся на юг с одинаковой скоростью, которые знают, что они встретятся на Южном полюсе, два жука на поверхности так же способны оценивать расхождение или схождение геодезических линий. Все, что они должны знать,— это кривизну BAx в каждой точке x поверхности, где B — оператор кривизны.

Риман обнаружил, что эти соображения можно применить к пространству с любым числом измерений; правда, если войдете в подробности, все это значительно усложнится. То, что сделал Риман, приложимо и к четырехмерному пространству-времени. Здесь оператор B, будучи применен к метрике Ax, дает совокупность двадцати функций от x, которые в используемых мною обозначениях выглядят как BAx. Совокупность этих 20 величин называется *тензором кривизны* или же римановским тензором (о тензорах беседа пойдет в следующей главе). Для нас (жуков в пространстве-времени) эта кривизна может истолковываться с помощью отклонений геодезических линий, представляющих истории свободных частиц и фотонов (см. пункты 9 и 10 на стр. 117). Поскольку небесная механика связана с изучением свободных частиц (планет)

и пользуется для их наблюдения отраженным ими светом, постольку кривизна пространства-времени оказывается вполне реальной сущностью в физическом мире.

Я не собираюсь выписывать формулу для тензора кривизны — она сложна. Важно отметить лишь, что тот самый оператор *B*, который переводит метрику *Ax* в кривизну *BAx*, содержит вполне определенный набор инструкций: дважды продифференцировать *Ax* и составить некоторую алгебраическую комбинацию из *Ax*, первых и вторых производных от нее. Если угодно, вы можете представлять себе функциональные ящики наподобие тех, что были изображены на фиг. 10.2, только теперь из них будут высовываться четыре *x*-стержня, десять *Ax*-стержней и двадцать *BAx*-стержней.

Что такое тяготение? Это и есть тензор кривизны. В этом и состоит ответ, коль скоро мы оказались в M_2-мире Эйнштейна. Если (см. пункт 8 на стр. 117) тензор кривизны обращается в нуль, то пространство-время оказывается плоским. Именно кривизна определяет собою поле тяготения.

Общая теория относительности имеет дело с пространством-временем, кривизна которого не равна нулю, специальная теория относительности — с плоским пространством-временем. По этой причине общая теория относительности имеет дело с тяготением, а специальная — с физическими явлениями, в которых тяготение играет столь несущественную роль, что мы можем спокойно забыть о нем. Со специальной теорией относительности знакомо куда больше людей, чем с общей: дело в том, что математический аппарат первой из них значительно проще и в результате может быть решено гораздо больше задач, чем в общей теории относительности. Я выбрал в своей беседе тяжелый путь, рассказывая сначала об общей теории, но я уже говорил о причинах, определивших мой выбор: если начать с общей теории, то легче отбросить представления классической физики. Но за это надо расплачиваться. Я не намерен заводить вас в запутанные дебри формул и тому подобных вещей, поскольку я слишком хорошо сознаю, что заселю ваши головы призраками, характерные черты которых выражаются лишь в строго численной форме. Тензор кривизны имеет двадцать

компонент, но эта информация едва ли позволит вам опознать его при встрече. Между тем вы имеете с ним дело каждый день своей жизни, если только не открыли какой-либо тайный способ выйти из-под власти тяготения.

Углубившись столь далеко в общую теорию относительности, я вынужден погрузиться в нее еще глубже. Поэтому я предлагаю вашему вниманию еще две главы, одна из которых будет посвящена тензорам, а другая — уравнениям поля Эйнштейна.

12

ГЛАВА

Тензоры

В этой книге я старался по возможности избегать формул, но, когда дело дошло до тензоров, я вынужден изменить своему правилу. Все, о чем здесь будет сказано, можно перевести и на обычный язык слов, но тогда получится чудовищно длинно. Однако я все же постараюсь свести математический формализм до минимума.

Допустим, у вас имеется совокупность шестнадцати величин, которую вы хотите как-то представить. Вы можете расположить эти величины в форме матрицы

$$\begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} \\ X_{41} & X_{42} & X_{43} & X_{44} \end{pmatrix},$$

но ее слишком долго выписывать. Всю эту совокупность величин можно обозначить одним символом X; для наших целей лучше писать X_{ij}, понимая под этим, что i и j означают все числа от 1 до 4.

Я использую указанный интервал чисел потому, что он фигурирует в теории относительности, для которой число «четыре» является, так сказать, магическим. Но большинство из того, о чем я буду говорить, в равной мере применимо и к области чисел от 1 до n. Поскольку я все же использую область от 1 до 4, то нет необходимости в дальнейшем снова повторять сказанное: символ X_{ij} будет относиться только к указанной области.

Примем теперь, что X_{ij} суть функции координат пространства-времени x_i; это мы обозначим как $X_{ij}(x)$. Пусть y_i — другая система пространственно-временных координат. Это означает, что иксы суть функции игреков и наоборот, и мы можем ввести частные производные $\partial x_i/\partial y_j$ (всего шестнадцать) и $\partial y_i/\partial x_j$ (также шестнадцать).

Возьмем шестнадцать функций $X_{ij}(x)$ и подставим для иксов их выражения через игреки. Это даст нам шестнадцать функций игреков, которые мы обозначим через $Y_{ij}(y)$.

В общем случае не существует интересующего нас простого соотношения между функциями X_{ij} и Y_{ij}, но может оказаться, что соотношение имеет следующий вид:

$$X_{ij}(x) = \sum Y_{km}(y) \frac{\partial y_k}{\partial x_i} \frac{\partial y_m}{\partial x_j}, \qquad (12.1)$$

где знак $\sum$ означает, что мы должны заставить индексы k и m пробежать значения 1, 2, 3, 4, а затем сложить вместе все получившиеся члены. Если такое соотношение имеет место, то мы говорим, что величины X_{ij} образуют *тензор*, а сама формула (12.1) является *тензорным преобразованием*.

В формуле (12.1) «упаковано» очень многое. Она представляет собой сокращенную запись ни много ни мало шестнадцати уравнений, каждое из которых содержит в своей правой части шестнадцать членов. И все они выражены одной-единственной формулой (12.1). Это настоящий триумф математической лености! Однако Эйнштейн оказался еще более «ленивым». Он обратил внимание на то, что коль скоро в такой формуле требуется суммирование по индексу [k и m в (12.1)], то этот индекс всегда повторяется *дважды*. По этой причине знак суммирования ($\sum$) на самом деле не нужен, его можно зачеркнуть * и писать закон тензорного преобразования просто так:

$$X_{ij}(x) = Y_{km}(y) \frac{\partial y_k}{\partial x_i} \frac{\partial y_m}{\partial x_j}. \qquad (12.2)$$

Сказанное называется правилом суммирования: *когда индекс повторяется в произведении, суммируй по нему в интервале чисел 1, 2, 3, 4.* Уравнение (12.2) говорит то же самое, что и уравнение (12.1), но чуть более сжато.

Тензорное преобразование имеет два важных свойства, и эти свойства делают тензоры столь удобным (и действительно важным) инструментом в теории относительности.

---

* Обычно его не зачеркивают. Индексы, по которым ведется суммирование, не выступают в левых частях выражений, подобных (12.1), и потому называются «слепыми» («невидимыми»).— *Прим. перев.*

Первое свойство состоит в том, что если тензор обращается в нуль в одной системе координат, то он равен нулю во всех системах координат. Это очевидно: раз равны нулю все X_{ij}, то равны нулю и все Y_{ij}.

Второе свойство заключается в том, что сумма двух тензоров тоже есть тензор. Чтобы убедиться в этом, напишем уравнение, сходное с (12.2):

$$A_{ij}(x)=B_{km}(y)\frac{\partial y_k}{\partial x_i}\frac{\partial y_m}{\partial x_j},$$

и сложим его с (12.2), что даст нам

$$X_{ij}(x)+A_{ij}(x)=[Y_{km}(y)+B_{km}(y)]\frac{\partial y_k}{\partial x_i}\frac{\partial y_m}{\partial x_j}.$$

Это в свою очередь тоже является тензорным преобразованием, так что сумма $X_{ij}(x)+A_{ij}(x)$ действительно есть тензор.

Я уже не раз подчеркивал, что в общем случае в пространстве-времени нет каких-либо специальных привилегированных координат. Это означает, что если мы выбрали какие-либо координаты (скажем, x), то не исключено, что нам могут понадобиться и какие-либо другие координаты (скажем, x'), причем, разумеется, следовало бы знать, что произойдет с нашими формулами при таком преобразовании координат. По существу это бухгалтерская задача, в известной мере подобная той, с какой сталкиваются страны английского языка при введении в них метрической системы мер. Особенность теории относительности в том, что она оперирует тензорами, а для них мы имеем тензорное преобразование (12.2). Оно выглядит несколько устрашающе, но это своего рода «плата за страх» при использовании удобной системы обозначений.

Где же надо начать вводить тензоры в теорию относительности? Да мы уже давно это начали делать! Вспомните, как в предыдущей главе мы говорили об элементе длины пространства-времени, и я записал его в краткой форме:

$$dt^2=dx\cdot A\cdot dx,$$

где A было метрической матрицей. Мы можем эту матрицу обозначить A_{ij} и записать элемент длины в виде

$$dt^2=A_{ij}dx_i dx_j$$

(вспомните правило суммирования!). Далее, dt есть время, измеренное посредством часов, установленных на частице, причем этот интервал отмечается, когда частицы «идут» от события x_i до события x_i+dx_i. Этот временной интервал должен оставаться одним и тем же при изменении системы координат, и тогда мы имеем

$$dt^2 = A'_{ij}dx'_i dx'_j = A_{ij}dx_i dx_j, \qquad (12.3)$$

где x'_i — новые координаты, A'_{ij} — метрическая матрица для них. Но i и j — «слепые» индексы (по ним ведется суммирование); обозначим их в последнем члене (12.3) через k и m, и тогда (12.3) примет вид

$$A'_{ij}dx'_i dx'_j = A_{km}dx_k dx_m.$$

Теперь

$$dx_k = dx'_i \frac{\partial x_k}{\partial x'_i}, \qquad dx_m = dx'_j \frac{\partial x_m}{\partial x'_j},$$

и тогда (12.3) переходит в

$$A'_{ij}dx'_i dx'_j = A_{km} \frac{\partial x_k}{\partial x'_i} \frac{\partial x_m}{\partial x'_j} dx'_i dx'_j.$$

Поскольку dx'_i — произвольное перемещение в пространстве-времени, то дифференциалы тождественно равны и уравнение (12.3) принимает вид (так как метрическая матрица симметрична, т. е. $A_{km}=A_{mk}$)

$$A'_{ij} = A_{km} \frac{\partial x_k}{\partial x'_i} \frac{\partial x_m}{\partial x'_j}. \qquad (12.4)$$

Это — тензорное преобразование, и поэтому мы можем называть A_{ij} *метрическим тензором*. Часто его называют также *фундаментальным тензором*, чтобы подчеркнуть его основополагающее значение при образовании из него других тензоров.

Вспомним введенный выше оператор B, такой, что BAx описывало кривизну пространства-времени. Фактически это тоже тензор, но более сложного вида, он имеет четыре индекса вместо двух и записывается как B_{ijkm}. Он образуется из 256 компонент, однако почти все они связаны друг с другом, и число независимых компонент составляет лишь 20.

Как уже указывалось, для всех тензоров справедливо то, что если они обращаются в нуль в какой-либо одной системе координат, то они равны нулю во всех прочих системах координат. Мы также отмечали, что если $BAx=0$, то пространство-время оказывается плоским. Было бы глупо утверждать это, не имея дела с тензорами, ибо тогда мы могли бы ожидать, что плоскостность есть свойство, не зависящее от используемой системы координат. На самом деле это не так.

13

ГЛАВА

Уравнения поля

Как уже не раз говорилось, я решил в этой книге от общего переходить к частному. Напомню вкратце: я начал с четырехмерного пространства-времени событий, в котором мировые линии представляют историю частиц, так что для событий, находящихся на одной мировой линии, существует упорядоченность во времени (раньше — позже). Во всем этом не было ничего чуждого представлениям классической физики. Такой подход, правда, необычен с точки зрения старой физики, но вовсе не противоречит ей — его мог бы избрать чудак, отказавшийся употреблять такие обычные слова, как «скорость» или «расстояние», но во всех прочих отношениях вполне здравомыслящий человек.

Все шло как по маслу, и скрип послышался лишь в тот момент, когда я представил время как нечто индивидуальное, что следует измерять с помощью атомных часов, находящихся в руках у наблюдателей. После такого развенчания абсолютного времени ньютоновской физики явно должно было начаться что-то новое. Но оставалось еще много подробностей, которые следовало изложить, и начиная с этого момента те простые качественные соображения, которые я вам выкладывал, должны были бы уступить место математическим формулам. Наибольшей трудностью, стоявшей передо мной, было выбрать некоторый средний путь. Совсем без формул обойтись нельзя, но если приводить их во всех деталях, то вы за деревьями могли бы не увидеть леса, не будучи профессионалами в этих вопросах. По крайней мере так казалось мне, и я попытался многое растолковать на пальцах.

Однако я совершенно честно описал метрический тензор как совокупность десяти функций от координат, входящих в выражение для элемента длины dt^2, где dt — малый измеренный по часам интервал времени. Изобразив нулевые

конусы на фиг. 11.2, я отказался от формул и чисто геометрически растолковал утверждение, что никакая частица не может двигаться быстрее света; при этом я нигде не сказал, что́ понимается под словом «быстрее».

Я лихо обошел все сложности, связанные с тензором кривизны *B*. В отношении него было сказано лишь, что он представляет собой совокупность двадцати функций от координат, что его задача состоит в отличении искривленного пространства-времени от плоского — во многом аналогично тому, как гауссова кривизна служит различению некоторой поверхности и плоскости.

Однако мне не всегда удается столь ловко обходить трудные места. Здесь я словно забываю название этой книги и поставленную перед собой цель — беседовать с вами, не впадая в скучную дидактику. Я уже вижу, как вы зеваете. Вы устали от этих безликих тензоров. Вы хотели бы побольше услышать о реальностях, а я все вожу вас по миру темных математических символов. Пришло уже время признаться в том, что и меня поразил синдром Пигмалиона, о котором я столь высокомерно говорил в главе 1. Я предупреждал вас об опасности смешения действительного Д-мира с модельными М-мирами, построенными для лучшего понимания Д-мира, и сам же поддался этому недугу. Математики испытывают удовольствие, работая со сложными формулами,— это и есть их занятие. Но раздается зов природы, и в этот отвлеченный мир врывается физика. И вот, пока я сижу тут за своим столом и вымучиваю из себя эти признания, я спрашиваю себя, что является самыми реальными вещами вот в этой комнате, и когда я говорю «реальное», я понимаю под этим нечто глубокое и фундаментальное. И я, например, отвечаю себе: вот существуют эти книги, эта пишущая машинка, но это в известном смысле тривиально. Какова же, спрашиваю я себя опять, реальная структура, заключенная в глубине всех этих тривиальностей? И отвечаю: метрический тензор!

Но все эти десять его компонент находятся словно в тумане. Они столь же реальны и столь же иллюзорны, как вот этот удар по клавише моей пишущей машинки. Они, безусловно, существуют, но их величины зависят от используемой мною системы координат. Но мне никогда

не приходило в голову устанавливать какую-то систему координат в пространстве-времени, соответствующую моему кабинету, так как все системы таких координат совершенно равноправны, и не существует никакого привилегированного класса координат.

Ну что ж, давайте тогда признаем свое бессилие перед синдромом Пигмалиона и объединим Д-мир с M_2-миром теории относительности. При этом метрический тензор становится столь же реальным, как нос на вашем лице, но только намного более фундаментальным. В принципе его можно измерить с помощью часов. Тогда окажется реальным также еще более «неуловимый» тензор кривизны со своими двадцатью компонентами. Его также можно в принципе измерить, наблюдая, как сходятся или расходятся следы двух летящих в одном направлении частиц. И не обвиняйте меня в том, что я несу чепуху! Эти тензоры — высшие реальности природы, и если они столь очевидно не улавливаются нашими чувствами, то это только потому, что наши чувства слишком грубы и большинство наших научных приборов также слишком малочувствительны. Но они становятся все более чувствительными и мощными, и то, что окутано тайной сегодня, станет действительностью завтра. Не так уж много лет назад я говорил, что обратная сторона Луны — одна из тех вещей, которые люди никогда не увидят. И каким дураком я чувствую себя сегодня!

Пришло время подняться на самый верхний этаж теории относительности. При взгляде с этого этажа видно, как метрический тензор связан с распределением вещества во Вселенной. Поскольку существует свобода в выборе координат, эта связь должна выражаться тензорным соотношением. Поэтому нам надо отыскать два тензора и приравнять их друг другу. Один из этих тензоров следует сконструировать из метрического тензора (который я обозначил выше Ax, чтобы подчеркнуть, что он является функцией пространственно-временных координат x). Второй тензор надо сконструировать так, чтобы он отражал распределение вещества (я обозначу его Mx).

Мы уже строили тензор из Ax, а именно тензор кривизны BAx с двадцатью компонентами, но по ряду причин новый тензор будет другим. Одна из этих причин состоит в том,

что в отличие от BAx тензор материи Mx* имеет лишь десять компонент, так что их уже нельзя приравнивать друг другу. Эйнштейн, однако, нашел значительно более удобный тензор, тесно связанный с BAx, но имеющий лишь десять компонент. Для его обозначения принято использовать букву G (видимо, по первой букве слова Gravitation — «тяготение»), и я не изменю этой традиции. Величину G можно рассматривать как оператор; если подействовать им на любой метрический тензор Ax, то мы получим тензор GAx (тензор Эйнштейна).

Тогда можно написать *уравнения поля*:

$$GAx=Mx. \tag{13.1}$$

В пустоте, где нет вещества, эти уравнения принимают вид:

$$GAx=0. \tag{13.2}$$

Это и есть уравнения, которым подчиняются поля тяготения. Если расписать их, то получатся десять дифференциальных уравнений в частных производных очень сложного вида, возможно, даже самые сложные уравнения, которые только можно встретить в физике, и по этой причине они вызывают большой интерес у математиков. Однако получено лишь очень мало простых решений, представляющих физический интерес. Так, их удалось получить в случае, когда во всем мире существует лишь одно, и притом обладающее сферической симметрией, массивное тело. Это решение с весьма хорошей точностью описывает нашу солнечную систему. Астрономы, правда, и по сей день в большинстве своих вычислений пользуются ньютоновской механикой, ибо общее мнение таково, что уравнения Эйнштейна более точны, но их невероятно трудно решать.

Открытие оператора G явилось высшим достижением эйнштейновской теории относительности. Без этого открытия мы не имели бы теории тяготения, сменившей теорию Ньютона. Я воздержусь здесь от того, чтобы выписывать сложную формулу для G, и замечу лишь, что этот оператор содержит определенные указания по поводу того, что надо делать с метрическим тензором Ax (дважды продифференцировать его и составить определенную комбинацию из Ax

* Точное его название — тензор энергии-импульса материи. Что такое «энергия-импульс», вы прочтете в главе 15.— *Прим. перев.*

и первой и второй производных). Это очень сходно с тем, что я говорил относительио оператора B, хотя рецепт для составления такой комбинации в случае оператора G, конечно, другой.

Следует сказать несколько слов о тензоре материи Mx. Он имеет десять компонент, которые при желании мы можем обозначить M_{ij}. Одна из этих компонент представляет *плотность*, и это несколько напоминает нам то, что в теории Ньютона фигурирует *масса* тела (или, что эквивалентно, его плотность). Эта масса присутствует в законе всемирного притяжения, который имеет хорошо знакомый нам вид зависимости от обратного квадрата расстояния. Однако плотность — это только одна из компонент M_{ij}. Остается выяснить смысл еще девяти. Если удачно выбрать координаты, то число этих компонент можно свести к шести для любого заданного события. Эти шесть компонент представляют *напряжения* (давление, натяжение и напряжение сдвига) в теле, и в этом теория Эйнштейна отличается от теории Ньютона, не предсказывающей никаких гравитационных эффектов, связанных с внутренними напряжениями в теле.

Одним из тех обстоятельств, которые затрудняют попытки сделать теорию относительности более «ощутимой», является сравнительная *малость* некоторых величин в ней. Так, если выразить их в сопоставимых единицах, то напряжение оказывается значительно меньше плотности, и на первый взгляд может показаться, что вообще нет надобности уточнять всю эту картину, вводя напряжение. Однако если мы этого не сделаем, то скорее всего очутимся в ложном положении — где-то на полдороге между Ньютоном и Эйнштейном. Поэтому, сколь бы малы ни были эти эффекты, мы все же должны принимать во внимание тот факт, что напряжения вызывают тяготение.

Существует только один способ воспринять все сказанное — а именно вообразить, что наши чувства и измерительные приборы стали намного чувствительнее, чем на самом деле. А теперь я приглашаю вас в свой кабинет, где собираюсь поставить кое-какие опыты с немыслимо высокой чувствительностью.

Прежде всего я попрошу вас надеть кислородные маски и выкачаю весь воздух из комнаты. Если не сделать этого,

то нам будет мешать бомбардировка молекулами воздуха. Затем мы вынесем из комнаты всю мебель, а ее место займут приборы с идеально простым принципом действия: нам понадобится несколько частиц с установленными на них часами и некоторым механизмом, который мог бы испускать и принимать световые вспышки.

Задачей нашего опыта является исследование поля тяготения в этой комнате, причем я совершенно уверен: прежде чем я начну этот опыт, вы поспешите сказать, что уже все знаете о его исходе. Вы сообщите мне, что любой предмет в комнате притягивается Землей пропорционально обратному квадрату расстояния до нее (согласно закону Ньютона) и что каждый предмет притягивает любой другой тоже согласно этому закону. Вы говорите мне о *силах*, *ускорениях*, но, честно признаться, я не знаю, что вы имеете в виду. Я очень давно оставил всякие попытки придать этим понятиям такой смысл, чтобы они смогли «жить» и в теории относительности. И я отлично знаю, что, когда вы начнете объяснять мне значение этих терминов, вы потащите за собой другие слова, которые тоже имеют отношение только к представлениям классической физики. Вот почему вам не надо делать вид, что вы все знаете о тяготении.

Прервав эту короткую дискуссию, я приступаю к эксперименту. Я кладу две частицы на край стола и щелчком привожу их в движение. Частицы разлетаются со стола, «мигая» друг другу световыми сигналами. Наблюдая за показаниями часов на частицах, мы можем проследить за тем, как меняется расстояние между ними. Это мы уже обсуждали на стр. 99 (см. фиг. 9.3). Является ли это расстояние пропорциональным временнóму интервалу, прошедшему от момента щелчка? Если окажется, что это так, и притом во всех опытах, которые я веду, то я скажу, что поле тяготения здесь отсутствует. Это утверждение, возможно, было бы верным, если бы мой кабинет перенести в совершенно свободное пространство вдали от солнечной системы. Но я вовсе не уверен, что так будет здесь, на Земле. Скорее, наоборот, я убежден в том, что расстояние между частицами *не будет* пропорциональным прошедшему времени, и отсутствие этой пропорциональности как раз и будет свидетельствовать о наличии поля тяготения. Обе

траектории частиц будут, если можно так выразиться, «выгибаться» или «вгибаться» по отношению друг к другу, и степень этого изгибания и явится мерой гравитационной напряженности поля.

Если вы теперь спросите меня, что же такое поле тяготения, то я смогу только повторить вам то, что уже сказал раньше: это тензор кривизны — величина, которую я обозначил *B*. Для измерения этой величины в моем кабинете мы должны были бы провести эксперименты с частицами наподобие только что описанного. Кроме того, нужно было бы выбрать некоторую систему координат, причем вполне определенную, поскольку значения двадцати компонент *B* весьма чувствительны к изменению системы координат. Вообще довольно трудно характеризовать поле тяготения термином «напряженность». В общих словах можно сказать, что поле тем сильнее, чем большие значения имеют компоненты *B*, и наоборот. Однако даже при этом связь не становится отчетливой, поскольку значения компонент *B* зависят не только от используемых координат, но и от выбранных единиц измерения.

Итак, общий вывод состоит в том, что тяготение — это кривизна пространства-времени и эта кривизна описывается тензором *B*. Конечно, жаль, что в теории относительности нельзя делать столь же простые заключения, как в теории Ньютона, но все же — из-за нашего предрасположения к синдрому Пигмалиона — я заявляю, что лучше делать правильные выводы, даже если они выглядят чрезвычайно сложными, нежели делать ложные утверждения, руководствуясь исключительно соображениями их простоты.

Будем считать поэтому, что здесь, в моем кабинете, существует некоторый тензор кривизны *B*, который можно было бы измерить достаточно точными приборами. Этот тензор определяется с помощью уравнений поля тензором материи *Mx*, по крайней мере так нам кажется. Наиболее существенная часть *Mx* обязана вкладу Земли, но в него вносят свой вклад также мое тело, мой стол, мой стул и т. д. Таким образом, если я стану передвигать мебель, поле тяготения будет изменяться. Но даже если я оставлю в покое мебель, то вследствие зависимости поля тяготения

от напряжений оно изменится и тогда, когда я только *наклонюсь* над столом, поскольку при этом возникнут внутренние напряжения в столе и в моей руке.

То обстоятельство, что уравнения поля чрезвычайно трудны для своего решения, вызывает вполне естественные попытки не решать, а как-то обойти эти уравнения. У математиков принято в уравнениях располагать неизвестные величины в левой, а известные — в правой части уравнений. Склоняясь над столом, я молчаливо подразумеваю, что Mx задано и надо найти поле тяготения. Найти его можно по написанному выше уравнению, которое было записано с учетом только что сказанного. Однако нет никаких причин, по которым это уравнение нельзя было бы записать в виде

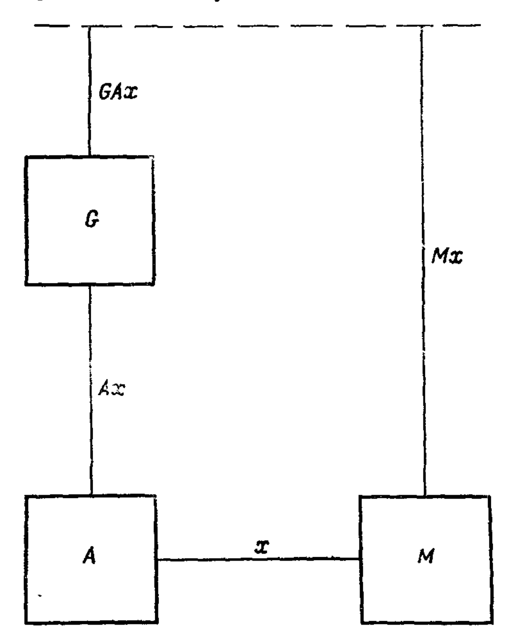
$$Mx = GA \tag{13.3}$$

Оно, разумеется, ничем не отличается от уравнения (13.1), однако психологическая установка у него другая.

Уравнения поля, записанные в этом новом виде, предполагают, что мы могли бы заняться в некотором роде «строительством» Вселенной. Начнем, скажем, с любого метрического тензора Ax, поставив лишь условие, что этот тензор должен давать неопределенный элемент длины правильного вида (что само по себе является весьма слабым ограничением на вид тензора). Записав тогда десять функций Ax, подействуем на них оператором G и получим десять функций GAx. Это все вполне обычные и легко выполнимые операции. Но теперь уравнение (13.3) позволяет *вычислить* Mx, и тем самым мы находим мир, удовлетворяющий уравнениям поля Эйнштейна! Таким путем можно составить целый «атлас» воображаемых вселенных!

Однако на этом пути много подводных камней. Вселенные, которые мы создаем таким простым способом, похоже, страдают одним недостатком, в значительной мере лишающим их реалистичности: кое-где в таких вселенных плотность оказывается отрицательной. Если бы это не выходило за рамки чистой математики, то это еще было бы полбеды, но физикам такие вещи явно не нравятся. Вы можете считать их узколобыми догматиками, но отрицательные плотности все же недопустимы, и по этой причине упомянутый простой путь «конструирования» вселенных вовсе

не так уж хорсш. И тем не мєнее, как ни забавно это выглядит, я впервые понял, что означают уравнения поля в действительности, лишь написав эти уравнения в перевернутом виде (13.3), отвечающем неверному обходному пути! Предложил мне так записать эти уравнения профессор У. Маккри, и я очень признателен ему за это.



Фиг. 13.1. Уравнения поля Эйнштейна.

Как известно любому студенту, изучающему математику, всегда полезно проверить полученные результаты. Если вам задали решить какое-либо уравнение и вы получили решение, то надо подставить ваш ответ в уравнение и посмотреть, удовлетворяется ли оно. Возможно, вам требуется не более чем приближенное решение (скажем, $x=1,414$ удовлетворяет уравнению $x^2=2$), и тогда, подставив его в уравнение, вы можете определить погрешность вашего решения. Именно для этой цели и предназначена запись уравнений поля в форме (13.3).

Предположим, что вы пытаетесь определить метрический тензор Ax в области, занимаемой солнечной системой, вне Солнца и планет. Посредством довольно трудоемкого приближенного метода вы получаете некоторый результат для Ax, но не уверены, правилен он или нет. Тогда вы применяете к вашему результату оператор G и получаете тензор Эйнштейна GAx. Поскольку в межпланетном пространстве царит пустота, то в нем должно быть $Mx=0$, и если GAx не равно нулю, то вы заключаете, что результат ошибочный. На жаргоне специалистов по теории относительности там, где должен быть вакуум, у нас получилась «грязь». По уравнению (13.3) вы можете вычислить эту «грязь» и выяснить, достаточно ли она мала, чтобы ею можно было пренебречь. Уже много лет я имею дело с этой «грязью», пытаясь изгонять ее из своих решений. И поэтому перед моим мысленным взором уравнения поля Эйнштейна появляются то в форме (13.1), то в форме (13.3).

Может быть, окажется полезным представлять уравнения поля с помощью функциональных, или операторных, ящиков, как это сделано на фиг. 13.1. Стержень, обозначенный x, в действительности представляет собой четверку стержней — четыре пространственно-временные координаты. Слева от этого стержня располагается ящик, преобразующий x в Ax — метрический тензор; последний изображен здесь в виде одного стержня, однако в нем скрываются целых десять. Над этим ящиком располагается магический ящик Эйнштейна — оператор, преобразующий Ax в эйнштейновский тензор GAx,— из которого опять же выдвигаются десять стержней. Справа стержень x входит в ящик M, преобразующий его в тензор материи Mx; из ящика M также торчат десять стержней. Грубо говоря, уравнения $GAx=Mx$ означают, что длина стержней слева сделана такой же, что и длина стержней справа. Конечно, к нашему чертежу не следует относиться слишком серьезно, но все же он может прояснить связи между тензорами и уравнениями поля.

14
ГЛАВА
От общей к специальной теории относительности

Оставим в стороне, как не относящиеся к делу, попытки выяснить буквальный смысл слова «относительность» (я думаю, что в этом меня поддержит подавляющее большинство специалистов по теории относительности). Я хочу повторить, что общая теория относительности есть эйнштейновская теория тяготения, а в специальной теории относительности тяготение отсутствует. Это означает, что, если вы хотите правильно описать какое-либо явление, связанное с тяготением, вам следует обратиться к общей теории относительности, но если гравитация сколько-нибудь существенно не влияет на изучаемое вами явление, то лучше привлечь специальную теорию относительности. Последняя, как явствует из ее названия (нередко ее именуют «частной теорией относительности»), есть частный случай общей теории. Она имеет дело с плоским пространством-временем, так что нам уже нет нужды говорить о тензоре кривизны B (он обращается в нуль) или об эйнштейновском тензоре G (он тоже обращается в нуль). Частная теория относительности поэтому проще общей, она открывает нам много новых деталей, но вместе с тем эти детали привносят и свои сложности.

Я более не буду повторять, что в пространстве-времени не существует привилегированных координат. В специальной теории относительности такие координаты как раз существуют. Это координаты, в которых элемент длины принимает особенно простой вид, установленный Минковским *:

$$dt^2 = -dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 + dx_4^2. \qquad (14.1)$$

---

* Представление о пространстве-времени первым выдвинул не Эйнштейн, а Минковский.— *Прим. автора.*

Г. Минковский — польский математик, первым придавший специальной теории относительности современный («четырехмерный») вид.— *Прим. перев.*

Такие координаты не более уникальны, чем прямоугольные декартовы координаты на плоскости. В этой плоскости можно перемещать начало координат, можно поворачивать их оси. Такие же преобразования координат можно производить и в плоском пространстве-времени (они называются преобразованиями Лоренца). При этих преобразованиях элемент длины остается неизменным. Написанная выше простая формула для него не меняется во всех подобных системах координат. С математической точки зрения специальная теория относительности есть в сущности теория преобразований Лоренца. Это весьма богатая область математики со множеством детальных результатов; специальная теория относительности — лишь одна обширная часть ее.

Как я уже неоднократно говорил, я предпочел раньше изложить общую теорию относительности, поскольку это предоставляет лучшую возможность «растрясти» укоренившиеся в нас классические представления, и я надеюсь, что такой прием изложения позволил мне достичь успеха. Переходя к специальной теории относительности, вам не придется ни менять усвоенных вами понятий общей теории относительности, ни приобретать новых. Мы по-прежнему будем иметь дело с двумя «пугалами» — четырехмерностью и неопределенным элементом длины. Геодезические линии, однако, будет значительно проще воображать себе, поскольку в плоском пространстве-времени они сходны с прямыми на плоскости, а не с кривыми, проведенными на сложной поверхности,— две геодезические никогда не пересекаются более чем в одном событии.

Вернемся к привилегированным координатам, в которых элемент длины имеет простой вид (14.1). Такие координаты остаются для нас довольно туманными, пока мы не решим, как реализовать их в природе — или в M_2-мире специальной теории относительности. Мы можем себе позволить это «или», если чувствуем себя полностью излечившимися от синдрома Пигмалиона. Итак, как выбрать подобные координаты?

Обычно на этот вопрос отвечают так: возьмите абсолютно жесткое тело; выберите в нем три взаимно перпендикулярные оси и обозначьте через x_1, x_2, x_3 три пространственные координаты какого-либо события, отсчитанные по этим осям; снабдите тело системой синхронизированных

часов, и пусть x_4 будет время события, отсчитанное по тем часам, которые находились на месте события. Тогда эти четыре икса и будут пространственно-временными координатами, в которых элемент длины можно будет записать в виде (14.1) — при условии, что единица длины подходящим образом связана с единицей времени, что тело не вращается и что оно находится достаточно далеко от массивных тел, чтобы можно было не учитывать влияния тяготения.

Некоторые подробности этого рецепта мне совершенно не нравятся, и я хотел бы его несколько видоизменить.

Прежде всего, весьма опасно говорить об «абсолютно жестких» телах даже в специальной теории относительности, поскольку, как мы уже видели, представление об абсолютной твердости неприемлемо. Вместо того чтобы говорить о таких телах, я начну с часов. Вообразите, что имеется колоссальное количество часов, все они перемещаются совершенно свободно (на них не действуют никакие силы) и все они идут. Но мы не можем предоставить эти часы самим себе: двигаясь, это «облако» часов постепенно рассеется. Напомним, сославшись на стр. 100, что любые часы из этого их множества могут измерять относительное расстояние от них до любого события. Таким образом, часы A могут вести непрерывную регистрацию расстояния от них до других часов, B, и если не принять специальных мер, это расстояние будет непрерывно увеличиваться. Однако из того, что геометрия нашего пространства-времени сейчас плоская, и из того, что каждые часы следуют по своей геодезической линии, вытекает, что если сообщить часам подходящие начальные движения, то все взаимные расстояния между ними (D на стр. 100) будут оставаться неизменными. Подобрав такие движения, мы сможем сказать, что, по крайней мере в отношении взаимных расстояний, «облако» часов ведет себя так, как вело бы абсолютно жесткое тело: расстояния между часами (точками тела) не изменяются.

Снова сославшись на стр. 100, обратим внимание на то, что часы A можно использовать для непрерывной регистрации относительных времен T, при которых совершаются события по другим часам, B. Учитывая опять плоскую геометрию пространства-времени и то, что мировые линии суть геодезические, нулевые отсчеты наших часов можно

установить так, чтобы относительное время события по часам B совпало с временем по часам A, если бы они находились на месте события. Это означает, что любому событию, где бы и когда бы оно ни произошло, можно присвоить временну́ю координату x_4. Иными словами, по каким бы часам мы ни определили время события — по тем ли, что находились в месте события, или же по тем, что находились в удалении от него,— зная относительное время по любым из этих часов, можно подогнать показания часов так, чтобы они совпали.

Итак, теперь в нашем распоряжении имеется «жесткое облако» часов, синхронизированных друг с другом, как указано выше. Мы присвоили событию временну́ю координату x_4. Что можно сказать об остальных трех координатах?

«Облако» часов образует *систему отсчета*. По отношению к ней нам удалось отделить время от пространства. В «пространстве часов» существует расстояние D между любыми двумя часами — то самое неизменное расстояние, которое мы имеем в обычной трехмерной евклидовой геометрии. То, что это действительно трехмерное *евклидово* пространство, следует из того, что у нас здесь плоское пространство-время (а также из того, что «облако» часов у нас не рассеивается и не сгущается). Так что мы можем теперь ввести прямоугольные декартовы координаты и тем самым присвоить координаты x_1, x_2, x_3 каждому событию.

Таким путем событиям присваиваются все четыре координаты и элемент длины записывается в виде (14.1). При получении этого результата я опустил все математические выкладки, но при желании их можно легко восстановить. Я умышленно не привожу строгих математических доказательств, а стараюсь лишь пояснить положенные в их основу идеи.

Если мы используем другую систему отсчета (другое «облако часов»), то мы снова разбиваем пространство-время на пространство и на время, однако другим путем. Теперь значения четырех координат, приписываемые данному событию, будут уже другими, но при этом обе совокупности координат будут связаны друг с другом преобразованием Лоренца.

Эти две системы отсчета можно обозначить S и S'; те же два символа можно использовать и для обозначения *наблюдателей*, связанных с соответственными системами отсчета. Наблюдателями могут быть просто два агента, регистрирующие показания в двух «часовых облаках». В системе S один из наблюдателей будет приписывать любому событию четыре координаты x_i, а в другой системе, S', то же событие получит другие четыре координаты, x'_i. Задача состоит в том, как выразить одну четверку координат через другую. Ключом к ее решению является инвариантность величины dt — интервала времени между двумя событиями в истории частицы, зарегистрированного по ее «собственным» часам. Этой частицей могут быть одни из часов в системе S или в системе S', а могут быть и часы, не находящиеся ни в одной из этих двух систем. Из инвариантности интервала dt следует основная формула

$$dt^2 = -dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 + dx_4^2 = = -dx_1'^2 - dx_2'^2 - dx_3'^2 + dx_4'^2. \quad (14.2)$$

Математическая запись преобразования Лоренца существенно упрощается, если системы S и S' совместить. Тогда, не изменяя системы отсчета, можно некоторым преобразованием изменить способ приписывания координат событиям. В самом деле, наблюдатель S может произвести три подгонки: 1) он может совместить нулевые отсчеты своих синхронизированных часов; 2) он может совместить начала отсчета трех пространственных координат; 3) он может повернуть оси этих пространственных координат до совмещения. Точно те же операции может произвести и наблюдатель S'. Легко видеть, что если S и S' осуществят подгонки 1 и 2, то они могут сделать так, чтобы некоторому выбранному событию в обеих системах S и S' удалось приписать нулевые значения всех четырех координат, иными словами, чтобы для некоторого события оказалось

$$x_i = 0 \text{ и } x'_i = 0. \quad (14.3)$$

Совмещение третьего рода — более тонкая штука, и вам придется принять на веру следующее утверждение: в системах S и S' пространственные оси координат можно повернуть так, чтобы было $x_2 = x'_2$ и $x_3 = x'_3$ *для всех событий*.

Теперь тождество (14.2) можно переписать так:

$$-dx_1^2+dx_4^2=-dx_1'^2+dx_4'^2. \tag{14.4}$$

Для того чтобы понять, что это означает, удобно ввести четыре новые переменные, определив их следующим образом:

$$\begin{aligned} y&=x_1+x_4, & y'&=x_1'+x_4', \\ z&=x_1-x_4, & z'&=x_1'-x_4'. \end{aligned} \tag{14.5}$$

Тогда в системе S можно вместо координат (x_1, x_4) использовать координаты (y, z) и аналогично в S' использовать (y', z') вместо (x_1', x_4'). В этих новых переменных тождество (14.4) принимает вид

$$dydz=dy'dz', \tag{14.6}$$

и теперь его уже легко разрешить. Положим

$$y'=ay, \quad z'=\frac{1}{a}z, \tag{14.7}$$

где a — некоторая постоянная. *Это и есть преобразование Лоренца в его наиболее простой математической форме.*

Чтобы понять его физический смысл, мы вернемся к (14.5) и отметим, что из (14.7) вытекает

$$x_1'+x_4'=a(x_1+x_4), \quad x_1'-x_4'=\frac{1}{a}(x_1-x_4),$$

откуда после сложения и вычитания обоих равенств следует:

$$\begin{aligned} x_1'&=\frac{1}{2}\left(a+\frac{1}{a}\right)x_1+\frac{1}{2}\left(a-\frac{1}{a}\right)x_4, \\ x_4'&=\frac{1}{2}\left(a-\frac{1}{a}\right)x_1+\frac{1}{2}\left(a+\frac{1}{a}\right)x_4. \end{aligned} \tag{14.8}$$

Равенства (14.8) представляют собой другую форму преобразования Лоренца, несколько более «физичную», чем (14.7). Чтобы этот физический дух стал еще более явственным, мы введем новые постоянные γ и v, определив их так:

$$\gamma=\frac{1}{2}\left(a+\frac{1}{a}\right), \quad \gamma v=-\frac{1}{2}\left(a-\frac{1}{a}\right),$$

и при этом получим следующее тождество:

$$\gamma^2 - \gamma^2 v^2 = 1,$$

так что

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}. \qquad (14.9)$$

И вот теперь мы имеем уже вполне физичную форму преобразования Лоренца:

$$x_1' = \gamma(x_1 - vx_4), \quad x_4' = \gamma(-vx_1 + x_4); \qquad (14.10)$$

напомним, что $x_2' = x_2$, $x_3' = x_3$.

Я назвал эту форму «физичной», но это — уступка классической физике, для которой основополагающим является понятие *скорости*. Допустим, что мы следим за частицей в S'-облаке. Ее координата x_1' фиксирована, так что $dx_1' = 0$. Тогда из (14.10) следует:

$$\frac{dx_1}{dx_4} = v. \qquad (14.11)$$

Таким образом, мы можем сказать, что постоянная v есть скорость системы S' относительно системы S.

Уравнения (14.10) легко разрешить и для нештрихованных иксов относительно штрихованных:

$$x_1 = \gamma(x_1' + vx_4'), \quad x_4 = \gamma(vx_1' + x_4'); \qquad (14.12)$$

эти соотношения очень похожи на (14.10), с той разницей, что штрихованные и нештрихованные координаты поменялись местами, а $-v$ заменилось на v. Если теперь следить за неподвижной частицей в S-облаке (так что $dx_1 = 0$), то мы получим

$$\frac{dx_1'}{dx_4'} = -v \qquad (14.13)$$

и при этом сможем сказать, что скорость движения системы S относительно S' равна $-v$.

Как видно из приведенных рассуждений, я опирался на простую формулу (14.7) и делал заключения, исходя из нее. Но если такой путь покажется вам скучным, то вы можете непосредственно *проверить*, что окончательные формулы (14.10) и (14.12) с учетом определения γ в (14.9) удовлетворяют основному тождеству (14.4).

Отметим, что если $v=0$, то мы получаем $\gamma=1$, $x_1'=x_1$ и $x_4'=x_4$, так что преобразование Лоренца превращается в тождество. Кроме того, заметим, что величина γ будет действительной, если только v по абсолютному значению меньше 1. В самом деле, равенство $v=1$ означает, что относительная скорость обеих систем отсчета равна скорости света; в действительности же должно быть $v<1$.

Теперь пришло время побеседовать о кажущемся сокращении размеров движущихся тел и кажущемся замедлении хода движущихся часов.

Присмотримся к двум соседним часам в S'-системе с постоянными координатами x_1' и $x_1'+dx_1'$. Затем выберем *два события* в истории этих двух часов, а именно события, одновременные при наблюдении из системы S, так что при сравнении этих событий $dx_4=0$. Тогда по первому из соотношений (14.10) мы получаем

$$dx_1' = \gamma dx_1.$$

Это можно записать и так:

$$\frac{dx_1}{dx_1'} = \frac{1}{\gamma} = \sqrt{1-v^2}. \tag{14.14}$$

Величина в правой части (14.14) очевидно меньше единицы. Теперь dx_1 есть расстояние между обоими часами при наблюдении их из системы S, а dx_1'— то же расстояние при наблюдении из «своей» системы S'. При этом результат наблюдения из «чужой» системы отсчета оказывается меньше, чем из «своей». Это и есть *кажущееся сокращение* движущегося тела (или, как я предпочитаю говорить, движущегося «облака часов»).

Рассмотрим теперь два события в истории одних часов в системе S'. Мы выберем эти события так, чтобы $dx_1'=0$ (часы в системе S' неподвижны), а временной интервал между ними был бы равен dx_4'. Если такой же временной интервал в системе S равен dx_4, то по второму соотношению (14.12) мы имеем

$$dx_4 = \gamma dx_4',$$

или

$$\frac{dx_4}{dx_4'} = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}. \tag{14.15}$$

Эта величина явно больше единицы. Как полученный результат выразить словами? Напомним, что оба события относятся к истории *одних-единственных* часов в S'-системе и вместе с тем относятся к истории *двух* различных часов в S-системе *. Но S-часы синхронизированы, и в этой системе dx_4 есть мера относительного времени. Если S'-часы тикнули бы между событиями только раз, то по (14.15) S-часы тикнули бы больше чем один раз. Поэтому и естественно говорить о том, что с точки зрения наблюдателя в системе S часы в системе S' идут медленнее, чем его собственные часы. Это и есть *замедление хода времени.*

Когда мы пытаемся эти результаты теории относительности «переварить» с помощью полуклассического взгляда на вещи, мы рискуем впасть в большую путаницу. Подсознательно в нас сидят два опасных представления. Одно из них — это представление о возможности существования абсолютно жесткого тела. Как может движущееся тело сокращаться в своих размерах, если по определению абсолютно жесткое тело не изменяет своей длины? Ответ состоит в том, что *абсолютно жестких тел не существует.* Существуют лишь «облака часов», и измерение расстояний вовсе не производится «абсолютно жесткой» линейкой, а представляет собой сложную операцию, включающую использование световых сигналов. Другую опасность представляет мысль о существовании абсолютного времени, регистрируемого будто бы с помощью сколь угодно точных часов. Здесь разгадка кажущегося противоречия состоит в том, что *абсолютного времени тоже не существует*. Измерение времени лучше всего осуществляется часами в составе «облака», причем в каждом из таких «облаков» часы регистрируют свое индивидуальное время.

Поскольку лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать, стоило бы изобразить эффекты сокращения длины и замедления хода времени в «облаках часов» с помощью пространственно-временной диаграммы, но это не так легко. До сих пор такие картинки мы использовали только качественно, скорее как эскизы, а не фотографии, предназ-

---

* Поскольку S'- и S-системы отсчета не совпадают, то два события в истории одних S'-часов не могут попасть на одну мировую линию S-часов, и поэтому нужно как минимум иметь двое S-часов.— *Прим. перев.*

наченные, как любые условные и грубые рисунки, лишь помогать ходу рассуждений. К нашим рисункам не было надобности подходить с линейкой и делать на них промеры.

Теперь следовало бы изготовить количественные чертежи, на которых будут показаны точные значения сокращения длин и замедления времени. Однако, как я сейчас разъясню, в изготовлении точных количественных пространственно-временных чертежей есть некая трудность.

Если мы будем игнорировать координаты x_2 и x_3, как делалось раньше, то событие будет характеризоваться двумя координатами, и мы сможем изобразить его на листе бумаги, нарисовав две взаимно перпендикулярные оси координат и обозначив события точками. Если A и B — два события в истории часов, то мы можем использовать для их обозначения две точки. Допустим, координаты этих точек суть (x_1, x_4) и (x_1+dx_1, x_4+dx_4), где знак d — не обязательно знак дифференциала, он может означать и конечное приращение. Теперь самое важное, что мы должны указать для этих событий,— это временной интервал между ними dt, измеренный этими самыми часами. Для его определения мы имеем формулу Минковского для элемента длины

$$dt^2 = -dx_1^2 + dx_4^2. \quad (14.16)$$

Казалось бы, видя две точки на бумаге, отвечающие событиям A и B, мы получаем очевидное представление и о dt. Ничуть не бывало! Расстояние между точками AB, если бы мы использовали евклидову геометрию и измерение AB проводили по линейке, дало бы нам евклидов элемент длины

$$AB^2 = ds^2 = dx_1^2 + dx_4^2 \quad (14.17)$$

по теореме Пифагора. Но это совсем не то, что дает формула Минковского (14.16), поскольку в ней dx_1^2 стоит со знаком минус [обе формулы (14.16) и (14.17) совпадут только при $dx_1=0$]. По этой причине мы допустим большую ошибку, если отождествим расстояние AB (измеренное по линейке) с временны́м интервалом (скажем, t_{AB}), измеренным по часам, в историю которых вошли события A и B. Если мы с вами жили бы в мире, где царствует геометрия Минковского, то мы могли бы интерпретировать пространственно-временные чертежи интуитивно. Но в нашем обычном мире

царит геометрия Евклида, и нам значительно проще мыслить в рамках понятий этой геометрии.

Итак, чтобы составить себе четкое представление о сокращении длины и замедлении времени, лучше всего, как это было сделано выше, использовать алгебру. Она говорит все, что следует сказать. И хотя она говорит это зашифрованно, на языке алгебраических символов, но при этом нас не подстерегает опасность, связанная с изображением с помощью пространственно-временных чертежей. Эти чертежи могли бы давать более ясное представление о вещах, однако пришлось бы строить и читать их с надлежащими предосторожностями.

Когда мы говорим о «часовых облаках» у наблюдателей S и S', к ним надо относиться совершенно равноправно, не отдавая предпочтения ни одному из них. В соответствии с этим я предлагаю использовать *два* пространственно-временных чертежа, по одному для каждого наблюдателя. Нарисуем тогда две пары прямоугольных координат с осями Ox_1x_4 для S и $O'x_1'x_4'$ для S', как это сделано на фиг. 14.1. Одно и то же событие будет на этих графиках отображаться *дважды*: один раз — на S-плоскости, с координатами (x_1, x_4), другой раз — на S'-плоскости, с координатами (x_1', x_4'). Обе эти пары координат взаимно связаны, как мы уже видели, преобразованием Лоренца

$$x_1' = \gamma(x_1 - vx_4), \quad x_4' = \gamma(-vx_1 + x_4) \tag{14.18}$$

или эквивалентным ему преобразованием

$$x_1 = \gamma(x_1' + vx_4'), \quad x_4 = \gamma(vx_1' + x_4'), \tag{14.19}$$

где v — (постоянная) скорость системы S' относительно S, и

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}. \tag{14.20}$$

Формулы (14.18) отображают S-плоскость на S'-плоскость. Иными словами, каждую точку S-плоскости эти формулы переводят в соответствующую точку S'-плоскости. Аналогично формулы (14.19) отображают S'-плоскость на S-плоскость. Это отображение производится чрезвычайно просто. Поскольку мы поставили перед собой цель построить количественные графики, то лучше всего выбрать ряд значений v и вычертить графики в соответствующем

масштабе. Для величины v можно взять любые значения в диапазоне от -1 до $+1$, но мы ограничимся теми из них, при которых чертеж не выйдет за рамки бумажного листа (т. е. значениями v, не слишком близкими к -1 и $+1$), и вместе с тем такими, чтобы график все же отличался от пресного классического чертежа (это будет, если мы выберем слишком малые v: окружающая нас природа скучна с позиций теории относительности, поскольку в подавляющем большинстве явлений скорости относительного движения очень малы по сравнению со скоростью света). Можно взять значение $v=\frac{1}{2}$, так что относительная скорость составит половину скорости света, и результат при этом удобно расположится между двумя отмеченными выше крайностями. При $v=\frac{1}{2}$ формула (14.20) дает $\gamma=1{,}15$, $1/\gamma=0{,}87$.

Если построить в S-плоскости прямоугольную сетку, показанную на фиг. 14.1, *а*, и применить к ней преобразование (14.18), то получим ромбическую сетку в S'-плоскости, показанную на фиг. 14.1, *б*. Желая выяснить, где произошло какое-либо событие, мы должны просто установить взаимное соответствие отдельных точек этих сеток. Казалось бы, можно воспроизвести это преобразование сеток, просто перекосив решетку из связанных друг с другом стержней, однако это не так. Хотя каждый квадрат при перекосе и переходит в параллелограмм, (евклидовы) длины сторон его при этом еще и увеличиваются.

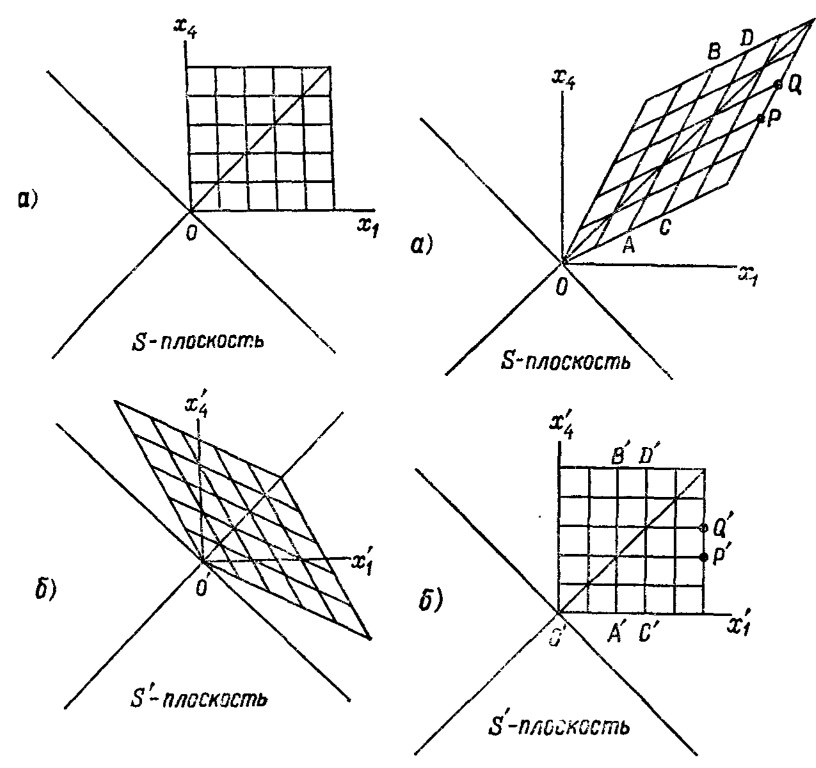
Прямые, наклоненные к осям координат под углом 45°, представляют мировые линии световых сигналов. При описанных выше отображениях они не меняют своего положения.

Преобразование (14.19) прямоугольной сетки в S'-плоскости в ромбическую сетку в S-плоскости показано на фиг. 14.2.

А теперь посмотрим, как на этих чертежах выглядят сокращение длин и замедление хода времени в движущемся «облаке часов».

Для отображения первого из них мы проследим за двумя S'-часами. Их мировые линии показаны на фиг. 14.2, *б* в виде двух прямых, параллельных оси $O'x'_4$, скажем прямых $A'B'$ и $C'D'$. События на этих прямых показаны на фиг. 14.2, *а* в виде наклонных линий AB и CD. Система отсчета S теперь служит нам для измерения расстояния

между этими линиями в некоторый момент времени, заданный в этой системе, т. е. при заданном значении x_4. Поэтому нам нужно сделать следующее: взять линейку, расположить ее параллельно оси Ox_1 и измерить расстояние между ли-



Фиг. 14.1. Квадратная S-сетка отображается в ромбическую S'-сетку.

Фиг. 14.2. Квадратная S'-сетка отображается в ромбическую S-сетку.

ниями AB и CD. Это расстояние не равно $B'D'$ — оно меньше его. В этом и состоит сокращение длины. Но на сколько? Это мы уже знаем — на $1/\gamma=0{,}87$. Вы сами можете выполнить это измерение. Если по чертежу в книге это будет трудно сделать с указанной точностью из-за малости чертежа, возьмите большой лист миллиметровки и постройте

чертеж в большем масштабе. И если у вас не получится отношения длин 0,87, значит, вы где-то допустили ошибку.

Для отображения замедления хода часов мы должны взять два события на мировой линии S'-часов, скажем P' и Q' на фиг. 14.2, *б*. На фиг. 14.2, *а* этим двум событиям отвечают точки P и Q (на S-плоскости). Наблюдатель S тогда должен измерить временной интервал между ними, используя свои синхронизированные часы (он должен пользоваться двумя часами, поскольку события P и Q не могут попасть на одну мировую линию каких-либо одних его S-часов). Это означает, что вам надо взять линейку и измерить — нет, не длину PQ, а проекцию этой длины на ось Ox_4. Иными словами, надо нарисовать прямоугольный треугольник со сторонами, параллельными осям координат, так чтобы PQ было его гипотенузой, и затем определить длину стороны, параллельной Ox_4. Вы обнаружите, что эта длина больше, чем длина $P'Q'$, в отношении $\gamma = 1{,}15$. Если вы не верите мне, можете построить чертеж в большем масштабе и убедиться в этом сами. Это и есть замедление хода времени.

Мы провели все построения на фиг. 14.2, не обращаясь к фиг. 14.1; это было связано с тем, что мы отождествляли себя с наблюдателем S, следящим за «облаком часов» S'. Если бы мы захотели из системы S' наблюдать за «облаком часов» S, то нам понадобился бы чертеж фиг. 14.1, и мы получили бы с его помощью точно те же результаты:

$$\text{Сокращение размеров} = \frac{1}{\gamma} = 0{,}87,$$

$$\text{Замедление времени} = \gamma = 1{,}15.$$

Ромбические сетки на обоих чертежах, между прочим, одинаковы, за тем исключением, что они повернуты относительно друг друга на прямой угол. Вряд ли нужно говорить о том, что на графиках показаны лишь участки сеток, занимающих целиком всю плоскость.

Сокращение размеров (часто называемое также сокращением Фитцджеральда — Лоренца*) не представляет

---

* В русской литературе его принято называть лоренцевым сокращением.— *Прим. перев.*

столь уж большого физического интереса. Те явления, которые первоначально были предложены для его объяснения, в конце концов получили более естественное объяснение с помощью других представлений. Но вот замедление хода времени представляет огромный интерес для физики. Некоторые элементарные частицы обладают статистическим средним временем жизни, отсчитываемым по «часам», установленным на этих частицах. С точки зрения экспериментатора, по отношению к которому они имеют скорость v, их время жизни увеличивается по сравнению с временем жизни для «неподвижных» частиц в отношении $\gamma : 1$. Тогда, например, если истинное время жизни равно 1 секунде, а скорость частицы составляет половину скорости света ($v = 1/2$), то ее кажущееся время жизни составит уже 1,15 секунды. Если же скорость частицы почти равна скорости света, наблюдаемое время ее жизни окажется очень большим.

Фотон в отношении своего времени жизни занимает довольно своеобразное положение. Поскольку часы, установленные на фотоне, вообще не идут (см. стр. 98), то получается, что его собственное время жизни (если оно существует) должно было бы быть равным нулю. Но с другой стороны, для фотона $v = 1$ и $\gamma = \infty$, так что наблюдаемое время жизни его должно быть бесконечным. Этот последний вывод представляется физически правильным. Фотон, по-видимому, устойчивая частица.

15

ГЛАВА

Столкновения частиц

На фиг. 15.1 дано качественное изображение плоского пространства-времени. Элемент длины равен

$$dt^2 = -dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 + dx_4^2. \qquad (15.1)$$

Кривая C есть мировая линия частицы, и точка A изображает событие в ее истории. Координаты этой точки x_i, координаты соседней с ней точки B на той же мировой линии $x_i + dx_i$, так что dx_i суть компоненты малого *четырехвектора (4-вектора)*, касательного к C. (Мы назвали эту величину так, памятуя, что она имеет четыре компоненты; если мы пожелаем изменить систему отсчета, то значения этих компонент изменятся в соответствии с преобразованием Лоренца.)

Пусть dt — временной интервал между A и B, зафиксированный по часам, установленным на частице. Он связан соотношением (15.1) с малым 4-вектором dx_i. Поделив dx_i на dt, мы получим уже конечный 4-вектор dx_i/dt, который назовем *четырехскоростью (4-скоростью)* частицы в точке A. Ее можно обозначить V_i или же одним символом $\boldsymbol{V}$. Отметим, что $\boldsymbol{V}$ касательно к C в точке A. При этом не надо смешивать 4-скорость $\boldsymbol{V}$ со скоростью v в уравнении (14.10).

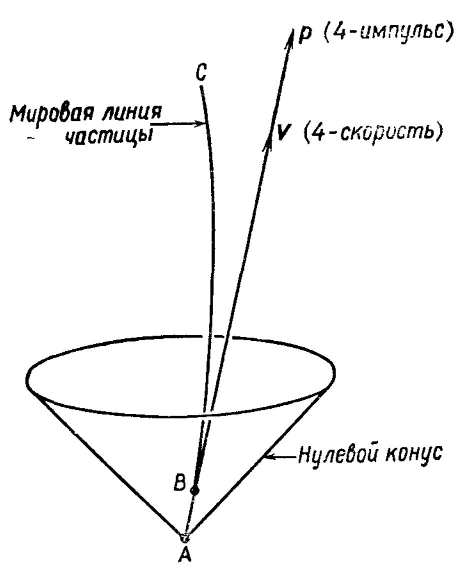
Используя определение Минковского для модуля вектора $\boldsymbol{V}$ и деля (15.1) на dt^2, найдем

$$\boldsymbol{V}^2 = -V_1^2 - V_2^2 - V_3^2 + V_4^2 = 1.$$

Иными словами, 4-скорость частицы оказывается *единичным вектором*. Поскольку четыре ее компоненты связаны таким соотношением, только три из них можно выбрать независимо друг от друга.

Вектор $\boldsymbol{V}$ направлен в будущее и должен быть заключен внутри нулевого конуса, как это показано на фиг. 15.1 (ни одна частица не может двигаться со скоростью света!).

Значения четырех компонент V_i зависят от выбора системы отсчета и при изменении этой системы меняются в соответствии с преобразованием Лоренца. Для любой системы отсчета существуют четыре оси координат x_i, и преобразование Лоренца можно рассматривать как поворот этих осей. Такое «вращение» осей координат в некоторых отношениях



Фиг 15.1. 4-скорость и 4-импульс частицы.

сходно с обычными поворотами в трехмерном евклидовом пространстве, но сопровождается вместе с тем деформациями, описанными в предыдущей главе. С помощью такого поворота мы можем совместить ось Ox_4 с направлением 4-скорости $\boldsymbol{V}$, после чего первые три компоненты $\boldsymbol{V}$ обратятся в нуль и мы получим

$$V_1 = V_2 = V_3 = 0, \quad V_4 = 1. \tag{15.2}$$

Таким образом, мы «замораживаем» частицу в событии A. Но, разумеется, из предосторожности мы никогда не должны говорить, что эта частица «находится в покое», не указав предварительно, какую систему отсчета мы используем.

Но хватит о 4-скорости. Это понятие принадлежит *кинематике*. Чтобы перейти к *динамике*, нам понадобится новое понятие — *масса* частицы. Оно не слишком сильно отличается от представления о массе в классической физике. Масса есть положительное число, приписываемое любой частице и остающееся постоянным в течение всей истории частицы, если только с ней не случится «катастрофы», например столкновения с другой частицей. При таком столкновении может произойти превращение одних частиц в другие, с иными массами, а также образование фотонов с нулевой массой (см. ниже). Я буду обозначать массу* частицы буквой m.

Если умножить 4-скорость $\boldsymbol{V}$ на массу m, то мы получим новый 4-вектор с тем же направлением в пространстве-времени. Он называется *четырехимпульсом (4-импульсом)* частицы и обозначается p_i или $\boldsymbol{p}$. Таким образом,

$$\boldsymbol{p}=m\boldsymbol{V}. \tag{15.3}$$

В физике элементарных частиц 4-импульс более важен, чем 4-скорость, так как существует закон сохранения 4-импульса, о котором мы расскажем несколько позже.

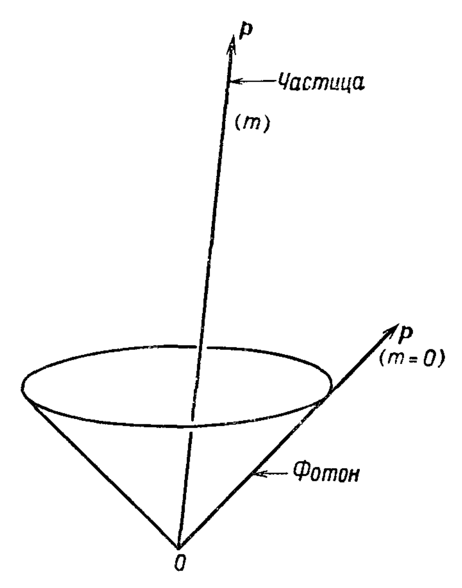
А сейчас несколько слов о фотонах. Фотон имеет мировую линию, но на ней $dt=0$ («часы на фотоне стоят»). Поэтому если мы попытаемся сконструировать 4-скорость фотона тем же путем, как это мы делали для частицы, записав $V_i=dx_i/dt$, то придем к бессмыслице, поскольку делить на нуль нельзя. В результате получается, что фотон не имеет 4-скорости. Но тем не менее он обладает 4-импульсом $\boldsymbol{p}$, который можно рассматривать как предел выражения (15.3), когда m стремится к нулю, а компоненты $\boldsymbol{V}$ — к бесконечности, так что получается конечное $\boldsymbol{p}$. Тем самым масса фотона оказывается равной нулю**. В результате того же предельного перехода получается, что 4-импульс фотона $\boldsymbol{p}$ должен быть направлен вдоль образующей нулевого конуса, что соответствует движению со скоростью света.

---

* Часто говорят о *собственной* массе, или массе *покоя*, чтобы отличить ее от *относительной* массы. О последней я, однако, ничего говорить не буду, так что путаницы не возникнет.

** Равна нулю и масса элементарной частицы, называемой нейтрино, но я дальше буду говорить только о фотонах.

А теперь отвлечемся от мировой линии C на фиг. 15.1 и сосредоточим внимание на 4-импульсах, которые мы будем рисовать как векторы в четырехмерном пространстве (*пространстве 4-импульса*), как это сделано на фиг. 15.2, на которой изображены 4-импульсы $\boldsymbol{p}$ обычной частицы и фотона. Показанный на чертеже нулевой конус образован 4-импульсами всех возможных фотонов.



Фиг. 15.2. Пространство 4-импульса.

Поскольку 4-скорость частицы $\boldsymbol{V}$ есть единичный вектор, то отсюда следует, что абсолютная величина $\boldsymbol{p}$ равна массе m. Вместе с тем, поскольку вектор $\boldsymbol{p}$ фотона лежит на нулевом конусе, его абсолютная величина равна нулю. (Здесь и далее эти абсолютные величины определяются геометрией Минковского, а не геометрией Евклида, когда можно было эти величины измерять на графиках и чертежах прямо линейкой.)

Таким образом, мы имеем

$$\begin{aligned} &\text{для частицы:} \quad -p_1^2-p_2^2-p_3^2+p_4^2=m^2, \\ &\text{для фотона:} \quad -p_1^2-p_2^2-p_3^2+p_4^2=0. \end{aligned} \qquad (15.4)$$

В ньютоновской механике кинетическая энергия тела равна $\frac{1}{2}mv^2$, где m — масса, а v — скорость тела, и эта кинетическая энергия — вполне реальная вещь. Если автомобиль налетает на фонарный столб, то весьма грубый, но эффективный способ оценить возможные повреждения автомобиля — это вычислить его кинетическую энергию. Энергия в теории относительности, которую мы сейчас определим, столь же реальна в микромире элементарных частиц, а в макромир она входит в обличье атомной энергии.

Энергия E частицы или фотона есть четвертая компонента p_4 их 4-импульса:

$$E=p_4. \tag{15.5}$$

В некотором смысле это — странное определение. Зачем надо специально выделять одну из четырех компонент и давать ей специальное название? Кроме того, значение p_4 зависит и от выбора системы отсчета. Однако если мы перепишем первое из уравнений (15.4) в виде

$$E^2=m^2+p_1^2+p_2^2+p_3^2, \tag{15.6}$$

то выявится интересное обстоятельство. Каждый из четырех членов в правой части этого соотношения *положителен*, так что энергия E всегда превышает массу m, за исключением случая, когда система отсчета выбрана так, что частица в ней покоится. В этом случае $p_1=p_2=p_3=0$ и

$$E=m. \tag{15.7}$$

Это одна из самых знаменитых формул в физике — формула Эйнштейна. Вообще-то она выглядит как $E=mc^2$, где c — скорость света, но (15.7) имеет более простой вид, поскольку я не использовал разных единиц для измерения длины и времени: для измерения длины я использовал отсчеты времени, поэтому скорость света равна единице, $c=1$.

Было бы совершенно неправильным применять формулу (15.7) к фотону, полагая в ней $m=0$ и заключая отсюда, что его энергия равна нулю. При получении выражения (15.7) мы должны были повернуть оси пространства-времени (путем преобразования Лоренца) так, чтобы четвертая ось координат приняла направление 4-импульса частицы. Этого, однако, нельзя сделать для фотона, по-

скольку мы не можем совместить ось с образующей нулевого конуса. В результате для фотона нам остается лишь записать без дальнейшего обсуждения *

$$E = p_4 = (p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)^{1/2}. \qquad (15.8)$$

Проблемы, связанные со столкновениями частиц, находятся на переднем крае современной физики, однако я не буду здесь вдаваться в подробности как в силу моей недостаточной компетентности, так и потому, что в этой книге они неуместны. Все, чего я хочу,— это обрисовать некоторые наиболее существенные результаты, причем в достаточно простом виде, позволяющем лучше понять принципы теории относительности.

Весьма занятно, что источник атомной энергии заключен, если можно так выразиться, в «вывернутом наизнанку» правиле сторон треугольника. Евклидова геометрия учит, что любая сторона треугольника *меньше* суммы двух других сторон. Для некоторых треугольников в пространстве-времени (тем и интересных) это неравенство читается наоборот: сторона треугольника *больше* суммы двух других сторон.

Столкновения частиц подчиняются основному закону, именуемому *законом сохранения 4-импульса*. При этом не существенно, сколько частиц или фотонов сталкивается, претерпевают они при этом превращения или остаются неизменными. Этот закон гласит:

Полный 4-импульс при столкновении не изменяется.

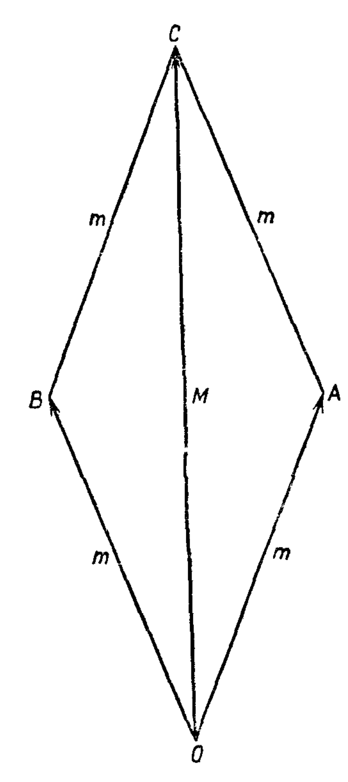
Под «полным 4-импульсом» мы понимаем сумму векторов 4-импульса (векторное сложение производится путем суммирования компонент векторов). Векторное сложение можно также выполнить графически, по правилу параллелограмма (так, например, складываются силы).

Рассмотрим теперь следующий простой случай. Две частицы, каждая массой m, сталкиваются и сливаются при этом в одну частицу массой M. Что при этом происходит?

---

* Здесь следовало бы упомянуть другую знаменитую формулу: $E=h\nu$, где h — постоянная Планка, а ν — частота фотона, который рассматривается как электромагнитная волна. Эта формула находится в согласии с (15.8), поскольку при преобразовании Лоренца частота преобразуется как четвертая компонента 4-вектора.

Будем именовать налетающие частицы A и B, а образовавшуюся из них частицу — C. На фиг. 15.3 видно, что векторы OA и OB представляют 4-импульсы частиц A и B, причем каждый из них по абсолютной величине равен m.



Фиг. 15.3. Простое столкновение со слиянием частиц.

Чтобы найти полный 4-импульс мы должны сложить эти два вектора, что мы и сделаем, построив параллелограмм. Диагональ его OC и представит 4-импульс частицы C. Таким образом, мы имеем

$$OA = m, \quad OB = m, \quad OC = M. \qquad (15.9)$$

Воспользуемся не графическим, а алгебраическим сложением и обозначим 4-импульсы частиц A, B, C соответственно $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{p}'$ и $\boldsymbol{P}$. Тогда для компонент 4-импульсов закон сохранения дает четыре уравнения:

$$\begin{aligned} P_1 &= p_1 + p_1', \quad P_2 = p_2 + p_2', \\ P_3 &= p_3 + p_3', \quad P_4 = p_4 + p_4'. \end{aligned} \qquad (15.10)$$

До сих пор мы никак не определили систему отсчета. Выберем ее так, чтобы частица C в ней покоилась. Тогда

$$P_1 = P_2 = P_3 = 0, \quad P_4 = M, \qquad (15.11)$$

и из последнего из уравнений (15.10) мы находим

$$M = E + E', \qquad (15.12)$$

где E и E' — энергии частиц A и B. Но, согласно (15.6), мы имеем

$$E > m, \quad E' > m',$$

так что

$$M > m + m', \qquad (15.13)$$

т. е. масса частицы C больше суммы масс частиц A и B *.

Но это неравенство (15.13) и есть «перевернутое» правило сторон треугольника! В геометрии пространства-времени сторона OC на фиг. 15.3 больше суммы сторон OA и AC.

Что можно сказать по этому поводу? Фактически это одно из основных положений теории относительности, и мы должны принять его. Неравенство (15.13) имеет определенный знак. Сталкивая частицы A и B, обладающие все большей энергией, мы могли бы (по крайней мере в принципе) создавать частицы C с массой вплоть до бесконечности, но вместе с тем, как бы медленно мы ни сводили эти частицы, все равно частица C будет иметь массу, превышающую сумму масс частиц A и B.

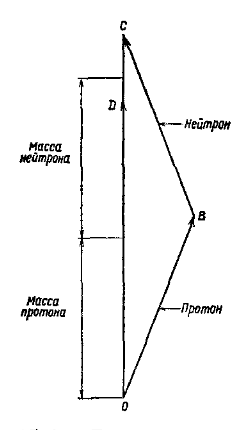
Важнейшим процессом, благодаря которому возникает энергия в звездах и который используется в водородной бомбе, является превращение водорода в гелий — четыре водородные частицы образуют одну гелиевую. Этот процесс можно, чрезмерно упрощая, считать происходящим в один этап, и аналогично рассуждениям, которые мы применяли в случае столкновения двух частиц, теперь можно прийти к заключению, что масса гелиевой частицы должна более чем в четыре раза превосходить массу водородной частицы. На самом деле это, однако, не так. Как известно, масса гелиевой частицы *меньше* учетверенной массы водородных частиц.

Чтобы разобраться, в чем тут дело, нам пришлось бы «залезть» в атомное ядро. Вместо того чтобы рассматривать этот сложный и довольно частный случай, я обращусь к задаче о столкновении протона с нейтроном. При таком столкновении оба они могут объединиться и образовать новую частицу — дейтрон. Положение при этом оказывается аналогичным предыдущей задаче, поскольку известно, что масса дейтрона тоже *меньше* суммы масс протона и нейтрона.

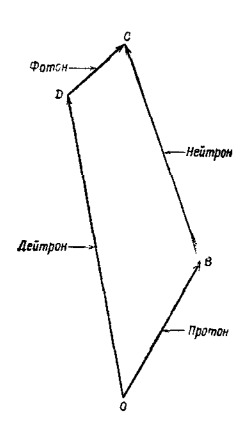
На фиг. 15.4 векторы OB и BC представляют 4-импульсы протона и нейтрона, а OC — полный 4-импульс. Согласно «перевернутому» правилу сторон треугольника, OC *больше*, чем сумма масс протона и нейтрона, и если мы отложим

* Этот факт можно грубо истолковать с помощью представлений классической физики, принимая, что частицы A и B при столкновении нагреваются и это тепло сообщает дополнительную массу частице C.

на OC абсолютную величину, равную сумме этих масс, то она не дотянет до конца вектора OC. Далее, масса дейтрона *меньше*, чем эта сумма, и мы можем отразить это обстоятельство, отложив вдоль OC вектор OD, равный 4-импульсу



Фиг. 15.4. Протон и нейтрон превращаются в дейтрон и еще что-то.



Фиг. 15.5. Протон и нейтрон превращаются в дейтрон и фотон.

дейтрона. Тогда полный 4-импульс можно сложить из 4-импульса дейтрона OD и «довеска», равного 4-импульсу DC. Этот «довесок» представляет собой энергию, выделяющуюся при столкновении протона и нейтрона.

Однако фиг. 15.4 не отражает действительного положения вещей. Элементарные частицы имеют вполне определенные массы, и маловероятно, чтобы нашлась частица с массой, точно равной DC. Мы можем построить более правильный чертеж, откладывая вектор 4-импульса дейтрона под углом к линии OC и замыкая на векторной диаграмме промежуток между концами OD и OC «нулевым» вектором DC, представляющим 4-импульс фотона, как это показано

на фиг. 15.5. Таким образом, протон и нейтрон превращаются в дейтрон и фотон *, а энергия фотона может быть использована как для полезных, так и для разрушительных целей. Я привел, по-видимому, самый простой пример с целью проиллюстрировать принцип получения ядерной энергии. И действительно, «источником» этой энергии является в сущности переворачивание обычного правила сторон треугольника в пространстве Минковского. Вероятно, следует отметить, что протон есть (заряженное) ядро водородного атома, а нейтрон — то же ядро, но лишенное заряда, дейтрон же образуется из протона и нейтрона. Ядро гелиевого атома построено из двух дейтронов.

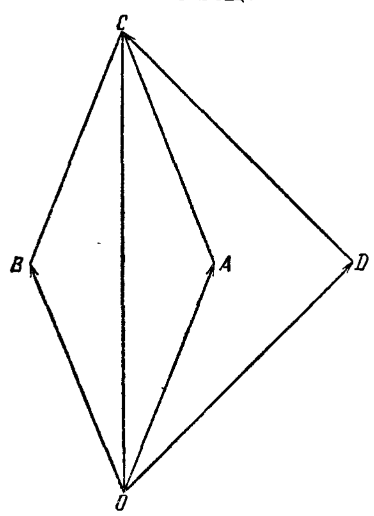
На этом, пожалуй, пора поставить точку. Беседа моя была довольно длинной. Если бы она в самом деле была диалогом и вы задавали мне вопросы или высказывали конструктивные предложения, а я отвечал бы на них в меру своих возможностей, то подобная беседа могла бы длиться очень долго. Но книга все же должна иметь конец, и я чувствую, что подошел к нему. Я хотел объяснить вам понятия теории относительности, используя как можно меньше математики, и оказался, вероятно, где-то посередине между успехом и неудачей. Следующий шаг намного труднее. Если вам кажется, что вы воспринимаете основные понятия достаточно хорошо (никто не понимает их в совершенстве), тогда вам придется приняться за математический аппарат теории относительности; кое-где он удивительно легок, а кое-где чрезвычайно труден. Если же по прочтении этой книги вам кажется все это не менее загадочным, чем раньше, то вам следует обратиться к другим книгам из великого множества литературы, посвященной теории относительности; может быть, способ изложения, принятый в них, окажется для вас более удобным.

Под занавес мне хотелось бы показать вам, как рождение и аннигиляция вещества подчиняются закону сохранения 4-импульса. На фиг. 15.6 *OA* и *OB* суть 4-импульсы двух

---

* Энергия, уносимая фотоном при объединении протона и нейтрона в дейтрон, называется *энергией связи* дейтрона (если считать все три частицы неподвижными). Энергия образования гелиевого ядра из двух дейтронов может быть не только унесена фотонами, но может превратиться и в кинетическую энергию ядра. Эти превращения энергии и происходят при термоядерной реакции.— *Прим. перев.*

сталкивающихся частиц. Полный 4-импульс есть вектор *OC*, определяемый по правилу параллелограмма. Обе частицы не могут просто исчезнуть, не оставив следа. Поскольку расход равен приходу, должно возникнуть нечто, обладающее тем же 4-импульсом *OC*. Устав от своего вещественного существования, частицы могли бы вроде превратиться в один фотон, однако закон сохранения запрещает это: 4-импульс фотона есть нулевой вектор (с равной нулю абсолютной величиной), между тем как *OC* — ненулевой вектор. Обе частицы могут превратиться в два фотона, например фотоны с 4-импульсами *OD* и *DC*. И такое превращение действительно происходит. Таким путем, например, аннигилируют электрон и позитрон, превращаясь из частиц вещества в два кванта электромагнитного излучения. Могут существовать и другие превращения. Два фотона с 4-импульсами *OD* и *DC* могут превратиться в две частицы, и результатом этого явится рождение вещества из электромагнитного излучения. Детали таких процессов рождения и аннигиляции лежат слишком далеко за пределами этой книги. Я хотел лишь показать, как все эти «катастрофические» события подчиняются закону сохранения 4-импульса и как следствия этого закона можно изобразить с помощью диаграмм.



Фиг. 15.6. Аннигиляция и рождение вещества.

Замечу, между прочим, что и фиг. 15.6 иллюстрирует перевернутое правило сторон треугольника: *OC* больше нуля, а *CD* и *OD* равны нулю.

Оглавление

ДЖ. СИНГ

Беседы о теории относительности

Редактор А. И. Власенко
Художник Г. А. Щетинин
Художественный редактор Е. Н. Урусов
Технический редактор Т. А. Максимова
Корректор Н. И. Алексеева

Сдано в набор 4/X 1972 г. Подписано к печати 14/III 1973 г. Бумага № 1 84×108¹/₃₂=2,63 **бум.** л. 8,82 усл. печ. л. Уч.-изд. л. 7,89. Изд. № 2/6677.
Цена 41 к. Зак. № 555.

Издательство «Мир»
Москва, 1-й Рижский пер., 2

Ордена Трудового Красного Знамени Ленинградская типография № 2 имени Евгении Соколовой «Союзполиграфпрома» при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
г. Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29.

Отпечатано с матриц ордена Трудового Красного Знамени Первой Образцовой типографии имени А. А. Жданова «Союзполиграфпрома» при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, М-54, Валовая, 28.